

Министерство образования и науки РТ
ГАПОУ «Казанский радиомеханический колледж»

Рассмотрено
на заседании ПЦК _____
Протокол № 1 от «2» сентября 2021 г.
Председатель ПЦК Валов



Утверждаю
Зам. директора по УР
Н.А. Коклюгина
_____ 2021 г.

**Комплект
контрольно-оценочных средств
по учебной дисциплине**

ЕН 01 «Элементы высшей математики»

код и наименование

основной профессиональной образовательной программы (ОПОП)
по ППССЗ/ППКРС

09.02.01 «Компьютерные системы и комплексы»

код и наименование

базовой

ПОДГОТОВКИ

базовой или углубленной (выбрать для ППССЗ)

Комплект контрольно-оценочных средств разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по ППССЗ 09.02.01 «Компьютерные системы и комплексы» программы учебной дисциплины ЕН 01 «Элементы высшей математики»

Разработчики:

ГАПОУ КРМК

(место работы)

преподаватель

(занимаемая должность)

Садыкова Р.З.

(инициалы, фамилия)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств
2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке
3. Оценка освоения учебной дисциплины:
 - 3.1. Формы и методы оценивания
 - 3.2. Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины
4. Контрольно-оценочные материалы для итоговой аттестации по учебной дисциплине
5. Приложения. Задания для оценки освоения дисциплины

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

В результате освоения учебной дисциплины ЕН 01 «Элементы высшей математики» обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС по ППСЗ по программе подготовки специалистов среднего звена по специальности 09.02.01 «Компьютерные системы и комплексы» (базовой подготовки) следующими знаниями:

В результате освоения дисциплины студент должен **уметь**:

У1 выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;

У2 применять методы дифференциального и интегрального исчисления;

У3 решать дифференциальные уравнения.

В результате освоения дисциплины студент должен **знать**:

З1 основы математического анализа, линейной алгебры, и аналитической геометрии;

З2 основы дифференциального и интегрального исчисления.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен освоить соответствующие профессиональные/общие компетенции (ОК/ПК):

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ПК 1.2. Разрабатывать схемы цифровых устройств на основе интегральных схем разной степени интеграции.

ПК 1.4. Проводить измерения параметров проектируемых устройств и определять показатели надежности.

ПК 2.2. Производить тестирование, определение параметров и отладку микропроцессорных систем.

Формой аттестации по учебной дисциплине является *экзамен*

**Паспорт
фонда оценочных средств**
по дисциплине ЕН 01 «Элементы высшей математики»

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины-	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	<i>Раздел 1 Матрицы и определители</i>	<i>ОК2, ОК4, ОК5, ОК8, ОК9, ОК 9 ПК 1.2; 1.4; 2.2</i>	<i>Контрольная работа №1</i>
2	<i>Раздел 2 Методы решения систем линейных уравнений</i>	<i>ОК2, ОК4, ОК5, ОК8, ОК9, ОК 9 ПК 1.2; 1.4; 2.2</i>	<i>Контрольная работа №2</i>
3	<i>Раздел 3 Основы алгебры векторов Раздел 4 Элементы аналитической геометрии</i>	<i>ОК2, ОК4, ОК5, ОК8, ОК9, ОК 9 ПК 1.2; 1.4; 2.2</i>	<i>Контрольная работа №3</i>
4	<i>Раздел 5 Теория пределов</i>	<i>ОК2, ОК4, ОК5, ОК8, ОК9, ОК9 ПК 1.2; 1.4; 2.2</i>	<i>Контрольная работа №4</i>
5	<i>Раздел 6 Дифференциальное исчисление</i>	<i>ОК2, ОК4, ОК5, ОК8, ОК9, ОК 9 ПК 1.2; 1.4; 2.2</i>	<i>Контрольная работа №5</i>
6	<i>Раздел 7 Интегральное исчисление</i>	<i>ОК2, ОК4, ОК5, ОК8, ОК9, ОК 9 ПК 1.2; 1.4; 2.2</i>	<i>Срезовая контрольная работа по изученным темам</i>
7	<i>Раздел 8 Числовые и функциональные ряды</i>	<i>ОК2, ОК4, ОК5, ОК8, ОК9, ОК 9 ПК 1.2; 1.4; 2.2</i>	<i>Контрольная работа №6</i>
8	<i>Раздел 9 Функции нескольких переменных</i>	<i>ОК2, ОК4, ОК5, ОК8, ОК9 ПК 1.2; 1.4; 2.2</i>	<i>Контрольная работа №7</i>
9	<i>Раздел 10 Дифференциальные уравнения</i>	<i>ОК2, ОК4, ОК5, ОК8, ОК9, ОК9 ПК 1.2; 1.4; 2.2</i>	<i>Контрольная работа №8</i>
10	<i>Раздел 11 Основы теории комплексных чисел Раздел 12 Численные методы</i>	<i>ОК2, ОК4, ОК5, ОК8, ОК9, ОК 9 ПК 1.2; 1.4; 2.2</i>	<i>Контрольная работа №9</i>

2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

2.1. В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих компетенций:

Таблица 1

Результаты обучения: умения, знания и общие компетенции (желательно сгруппировать и проверять комплексно, сгруппировать умения и общие компетенции)	Показатели оценки результата <i>Следует сформулировать показатели раскрывающиеся содержание работы</i>	Форма контроля и оценивания <i>Заполняется в соответствии с разделом 4 УД</i>
Уметь:		
У1. Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; ОК2,ОК4,ОК5,ОК8, ОК9	- Производить действия над матрицами; - Вычислять определитель матриц; - Вычислять обратные матрицы; - Решать системы линейных уравнений различными методами;	домашние работы, контрольная работа, выполнение заданий экзаменационной работы
У2. Применять методы дифференциального и интегрального исчисления; ОК2,ОК4,ОК5,ОК8, ОК9	- исследовать функции и строить графики функций - Вычислять площади фигур и объемы тел интегрированием;	домашние работы, контрольные работы, выполнение заданий экзаменационной работы
У3. Решать дифференциальные уравнения; ОК2,ОК4,ОК5,ОК8, ОК9	- Правильно и полно решать дифференциальные уравнения	домашние работы, контрольная работа, выполнение заданий экзаменационной работы
Знать:		
З1. Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	-знание методов вычисления операций над матрицами; - знание методов вычисления определителей матриц различных порядков; -знание методов вычисления обратных матриц; -знание методов решения систем линейных уравнений; - знание операций над векторами; -знание правил составления уравнений прямой кривых 2-го порядка;	домашние работы, контрольные работы, выполнение заданий экзаменационной работы
З2. Основы дифференциального и интегрального исчисления;	- знание определения производных и дифференциалов высших	домашние работы, контрольная работа, выполнение заданий

	<p>порядков; -знание определения экстремумов функции, выпуклости графика функции, точек перегиба, асимптот;</p>	экзаменационной работы
--	---	------------------------

3. Оценка освоения учебной дисциплины:

3.1. Формы и методы оценивания

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по дисциплине *математика*, направленные на формирование общих и профессиональных компетенций.

Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по темам (разделам)

Таблица 2

Элемент учебной дисциплины	Формы и методы контроля					
	Текущий контроль		Рубежный контроль		Промежуточная аттестация	
	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З
Раздел 1 <i>Матрицы и определители</i>	<i>Устный опрос Практическая работа Тестирование Самостоятельная работа</i>	<i>У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК5, ОК8, ОК9, ОК 9</i>	<i>Контроль ная работа №1</i>	<i>У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК5, ОК 8, ОК9, ОК 9</i>	<i>Экзамен</i>	<i>У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК5, ОК8, ОК9</i>
Раздел 2 <i>Системы линейных уравнений</i>	<i>Устный опрос Практическая работа Самостоятельная работа</i>	<i>У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК5, ОК8, ОК9</i>	<i>Контроль ная работа №2</i>			
Раздел 3 <i>Основы алгебры векторов</i> Раздел 4 <i>Элементы аналитической геометрии</i>	<i>Устный опрос Практическая работа Самостоятельная работа</i>	<i>У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК5, ОК8, ОК9</i>		<i>У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК5, ОК 8, ОК9</i>	<i>Экзамен</i>	<i>У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК5, ОК8, ОК9</i>
Раздел 5 <i>Теория пределов</i>	<i>Устный опрос Практическая работа Самостоятельная работа</i>	<i>У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК5, ОК8, ОК9</i>	<i>Контроль ная работа №3</i>	<i>У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК5, ОК 8, ОК9</i>	<i>Экзамен</i>	<i>У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК5, ОК8, ОК9</i>
Раздел 5 <i>Теория пределов</i>	<i>Устный опрос Практическая работа Самостоятельная работа</i>	<i>У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК5, ОК8, ОК9</i>	<i>Контроль ная работа №4</i>	<i>У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК5, ОК 8, ОК9</i>	<i>Экзамен</i>	<i>У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК5, ОК8, ОК9</i>
Раздел 6 <i>Дифференциальное</i>	<i>Устный опрос Практическая</i>	<i>У1, У2, У3, З 1, З2,</i>	<i>Контроль ная</i>	<i>У1, У2, У3,</i>	<i>Экзамен</i>	<i>У1, У2, У3, З 1, З2,</i>

<i>исчисление</i>	<i>работа Самостоятельная работа</i>	<i>OK 2, OK 4 OK5,OK8, OK9</i>	<i>работа №5</i>	<i>3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK 8, OK9</i>		<i>OK 2, OK 4 OK5,OK8, OK9</i>
<i>Раздел 7 Интегральное исчисление</i>	<i>Устный опрос Практическая работа Самостоятельная работа</i>	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK8, OK97</i>	<i>Срезовая контрольн ая работа №7</i>	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK 8, OK9</i>	Экзамен	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK8, OK9</i>
<i>Раздел 8 Числовые и функциональные ряды</i>	<i>Устный опрос Практическая работа Самостоятельная работа</i>	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK8, OK9</i>	<i>Контроль ная работа №6</i>	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK 8, OK9</i>	Экзамен	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK8, OK9</i>
<i>Раздел 9 Функции нескольких переменных</i>	<i>Устный опрос Практическая работа Самостоятельная работа</i>	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK8, OK9</i>	<i>Контроль ная работа №7</i>	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK 8, OK9</i>	Экзамен	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK8, OK9</i>
<i>Раздел 10 Дифференциальные уравнения</i>	<i>Устный опрос Практическая работа Самостоятельная работа</i>	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK8, OK9</i>	<i>Контроль ная работа №8</i>	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK 8, OK9</i>	Экзамен	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK8, OK9</i>
<i>Раздел 11 Основы теории комплексных чисел</i>	<i>Устный опрос Практическая работа №2 Тестирование Самостоятельная работа</i>	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK8, OK9</i>		<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK 8, OK9</i>	Экзамен	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK8, OK9</i>
<i>Раздел 12 Численные методы</i>	<i>Устный опрос Практическая работа №Самостоятельн ая работа</i>	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK8, OK9</i>	<i>Контроль ная работа №9</i>	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK 8, OK9</i>	Экзамен	<i>У1, У2, У3, 3 1, 32, OK 2, OK 4 OK5,OK8, OK9</i>

3.2 Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины

3.2.1 Типовые задания для оценки знаний (текущий контроль)

а) Перечень вопросов для устного опроса

Раздел 1

Матрицы и определители.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Что называется матрицей?
2. Что называется матрицей-строкой, матрицей столбцом?

3. Какие матрицы называются прямоугольными, квадратными?
4. Какие матрицы называются равными?
5. Что называется главной диагональю матрицы?
6. Какая матрица называется диагональной?
7. Какая матрица называется единичной?
8. Какая матрица называется треугольной?
9. Что значит транспонировать матрицу?
10. Что называется суммой матриц?
11. Что называется произведением матрицы на число?
12. Как найти произведение двух матриц?
13. В чем состоит обязательное условие существования произведения матриц?
14. Что называется определителем матрицы?
15. Как вычислить определитель третьего порядка по схеме треугольников?
16. Что называется минором?
17. Что называется алгебраическим дополнением элемента определителя?
18. Как разложить определитель по элементам столбца или строки?
19. Перечислите свойства определителя.
20. Какая матрица называется невырожденной?
21. Какая матрица называется обратной по отношению к данной?
22. Каков алгоритм нахождения обратной матрицы?

Раздел 2.

Системы линейных уравнений.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Сформулируйте теорему Крамера.
2. Запишите формулы Крамера.
3. В чем заключается метод Гаусса.

Раздел 3 Основы алгебры векторов

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Что называется вектором?
2. Что называется длиной вектора?
3. Какие векторы называются равными?
4. Как сложить два вектора?
5. Как найти разность двух векторов?
6. Как умножить вектор на число?
7. Какие векторы называются коллинеарными?
8. Как разложить вектор в декартовой системе координат?
9. Что называется базисом?
10. Что называется координатами вектора?
11. Как найти координаты вектора, заданного двумя точками?
12. Как найти длину вектора, заданного двумя точками?
13. Как вычисляется длина вектора, заданного своими координатами?
14. Как выполняется сложение и вычитание векторов, заданных своими координатами?
15. Как умножить вектор, заданный своими координатами, на число?
16. Каким свойством обладают координаты коллинеарных векторов?
17. Запишите формулы деления отрезка в данном отношении.
18. Запишите формулы деления отрезка на две равные части.
19. Что называется скалярным произведением векторов?
20. Как вычисляется скалярное произведение векторов, заданных своими координатами?
21. Каким свойством обладает скалярное произведение векторов?
22. Чему равно скалярное произведение двух перпендикулярных векторов?

23. Чему равно скалярное произведение коллинеарных векторов?

Раздел 4 Элементы аналитической геометрии

Вопросы для устного опроса по теме “Уравнение прямой. Уравнение кривой 2-го порядка”

1. Что называется уравнением прямой?
2. Каким уравнением описывается прямая на плоскости?
3. Как записывается каноническое уравнение прямой?
4. Запишите уравнения осей координат.
5. Запишите уравнения прямых, параллельных осям координат.
6. Сформулируйте правило составления уравнения прямой на плоскости.
7. Запишите уравнение прямой с угловым коэффициентом.
8. Сформулируйте условие параллельности прямых.
9. Сформулируйте условие перпендикулярности прямых.
10. Как найти угол между прямыми?
11. Каким уравнением описывается кривая на плоскости?
12. Запишите каноническое уравнение эллипса.
13. Что называется эксцентриситетом эллипса? Какова его величина?
14. Чему равен эксцентриситет окружности?
15. Запишите каноническое уравнение гиперболы.
16. Запишите уравнение равносторонней гиперболы.
17. Запишите каноническое уравнение параболы, директрисы параболы.

Раздел 5. Теория пределов

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Дайте определение предела в точке.
2. Объясните раскрытие неопределенности $\frac{0}{0}$.
3. Дайте определение предела функции на бесконечности. Объясните основной метод раскрытия неопределенности $\frac{\infty}{\infty}$.
4. Сформулируйте теоремы о пределах.
5. Сформулируйте и напишите первый и второй замечательные пределы.

Раздел 6. Дифференциальное исчисление

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Что называется приращением независимой переменной и приращением функции?
2. Дайте определение непрерывной функции. Какими свойствами на отрезке она обладает?
3. Что характеризует скорость изменения функции относительно изменения аргумента? Дайте определение производной.
4. Какая функция называется дифференцируемой в точке и на отрезке? Сформулируйте зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
5. Из каких операций складывается общее правило нахождения производной данной функции? Как вычислить частное значение производной?
6. Можно ли вычислить производную любой функции, пользуясь определением производной?
7. Выпишите в таблицу основные правила и формулы дифференцирования функций.
8. Повторите определение сложной функции. Как найти ее производную?
9. Каков геометрический смысл производной? Как геометрически определить значение производной в точке?

10. В чем заключается механический смысл производной?
11. Что называется производной второго порядка и, каков ее механический смысл?
12. Что называется дифференциалом функции, чему он равен, как обозначается и каков его геометрический смысл?
13. Повторите определения возрастающей и убывающей функций. В чем заключается признак возрастания и убывания функций?
14. В чем заключаются необходимый и достаточный признаки существования экстремума? Перечислите порядок операций для отыскания максимума и минимума функции с помощью первой производной.
15. В чем различие между нахождением максимума и минимума функции и нахождением ее наибольшего и наименьшего значений?
16. Как пишется наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке?
17. Как определяются геометрически и по знаку второй производной выпуклость и вогнутость кривой?
18. Что называется точкой перегиба и каковы необходимый и достаточный признаки ее существования? Сформулируйте правило нахождения точки перегиба.
19. Какой схемой рекомендуется пользоваться при построении графика функции?

Раздел 7 Интегральное исчисление

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Что является основной задачей интегрального исчисления?
2. Какая функция называется первообразной для заданной функции?
3. Почему при интегрировании функций появляется произвольная постоянная?
4. Почему одна функция имеет целую совокупность первообразных?
5. Как записать всю совокупность первообразных функций?
6. Что называется неопределенным интегралом?
7. Почему интеграл называется неопределенным?
8. Что означает постоянная C в определении неопределенного интеграла?
9. В чем заключается правило интегрирования выражения, содержащего постоянный множитель?
10. В чем заключается правило интегрирования алгебраической суммы функций?
11. Чему равен интеграл от дифференциала некоторой функции?
12. Напишите основные формулы интегрирования.
13. Как проверить результата интегрирования?
14. В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?
15. Что такое интегральные кривые? Как они расположены друг относительно друга? Могут ли они пересекаться?
16. Что такое определенный интеграл?
17. Сформулируйте основные свойства определенного интеграла.
18. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?
19. Может ли площадь криволинейной трапеции быть равна отрицательной величине, нулю и почему?
20. Какие интегралы называются несобственными?

Раздел 8 Числовые и функциональные ряды

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Дайте определение числового ряда.
2. Что является суммой ряда?
3. Какой ряд называется сходящимся (расходящимся)?

4. Назовите свойства сходящихся рядов.
5. Сформулируйте необходимый признак сходимости ряда.
6. Назовите достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.
7. В чем заключается признак сравнения?
8. Сформулируйте признак сходимости Даламбера.
9. В чем заключается признак Коши и интегральный признак?
10. В чем отличие знакопеременного ряда от знакочередующегося?
11. Дайте определение абсолютно сходящегося ряда и условно сходящегося ряда
12. Сформулируйте признак Лейбница о сходимости знакопеременного ряда.
13. Понятие степенного ряда.
14. Ряд Тейлора.
15. Ряд Маклорена.

Раздел 10 Дифференциальные уравнения

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Какое уравнение называется дифференциальным?
2. Какая функция называется решением дифференциального уравнения?
3. Какое решение дифференциального уравнения называется общим и какое называется частным?
4. Каков геометрический смысл общего и частного решений дифференциального уравнения?
5. Может ли дифференциальное уравнение иметь конечное число решений?
6. Что такое порядок дифференциального уравнения и как его определить?
7. Сколько постоянных интегрирования имеет общее решение дифференциального уравнения первого, третьего порядка?
8. Как проверить, правильно ли найдено решение дифференциального уравнения?
9. Чем отличается дифференциальное уравнение от алгебраического уравнения?
10. Назовите известные вам типы дифференциальных уравнений.
11. Каков общий вид дифференциальных уравнений первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными?
12. Как решается уравнение с с разделенными переменными?
13. Чем отличается уравнение с разделяющимися переменными от уравнения с разделенными переменными? Как разделяют переменные?
14. Каков алгоритм решения уравнения с разделяющимися переменными?
15. В чем заключается задача Коши? Каков его геометрический смысл?
16. Каков общий вид линейных дифференциальных уравнений первого порядка?
17. Какими величинами являются и от чего зависят коэффициенты p и q в линейном дифференциальном уравнении первого порядка?
18. С помощью какой подстановки решается линейное дифференциальное уравнение первого порядка и к какому уравнению сводится его решение?
19. Какой вид имеет простейшее дифференциальное уравнение второго порядка? Как оно решается?
20. Как определяется и как записывается в общем виде линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами?
21. Что такое характеристическое уравнение?

Раздел 11 «Основы теории комплексных чисел»

Алгебраическая форма записи комплексных чисел.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Дайте определение мнимой единицы.
2. Как вычисляют степени мнимой единицы?
3. Какое число называется комплексным?

4. Какие комплексные числа называются чисто мнимыми? Приведите примеры комплексных чисел, чисто мнимых чисел.
5. Какие комплексные числа называются равными?
6. Какие комплексные числа называются сопряженными?
7. Как выполняются сложение, вычитание, умножение комплексных чисел в алгебраической форме?
8. Как выполняется деление комплексных чисел в алгебраической форме?
9. Как геометрически изображаются комплексные числа?
10. Что называется модулем и аргументом комплексного числа?
11. Напишите формулы для модуля и аргумента комплексного числа.
12. Какие корни и сколько корней имеет квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом?
13. Как решить квадратное уравнение, если дискриминант его отрицателен?

Тригонометрическая и показательная формы комплексных чисел.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Как записывается комплексное число в тригонометрической форме?
Как записывается комплексное число в показательной форме? Формула Эйлера.
2. Сформулируйте правило перехода от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической и обратно.
3. Сформулируйте правило перехода от алгебраической формы комплексного числа к показательной и обратно.
4. Как перейти от тригонометрической формы комплексного числа к показательной и обратно.
5. Как умножаются комплексные числа, записанные в тригонометрической форме.
6. Как умножаются комплексные числа, записанные в показательной форме?
7. Сформулируйте правило деления комплексных чисел в тригонометрической форме.
8. Сформулируйте правило деления комплексных чисел в показательной форме.
9. Как возвести в степень комплексное число, записанное в тригонометрической форме.
10. Как возвести в степень комплексное число, записанное в показательной форме?
11. Сформулируйте правило извлечения корня n -й степени из комплексного числа, записанного в тригонометрической форме.
12. Сформулируйте правило извлечения корня n -й степени из комплексного числа, записанного в показательной форме.
13. Сколько значений имеет корень n -й степени из комплексного числа?

Раздел 12 Численные методы

Приближенные вычисления.

Приближенное вычисление определенных интегралов.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Какое число называется приближенным?
2. Что называется истинной погрешностью и истинной абсолютной погрешностью?
3. Что называется границей абсолютной погрешности?
4. Какие цифры приближенного числа называются верными?
5. Какие цифры приближенного числа называются сомнительными?
6. Сформулируйте правило записи приближенных чисел. Приведите примеры.

7. Как округляются приближенные числа?
8. Что называется границей абсолютной погрешности приближенного числа?
9. Что называется границей относительной погрешности приближенного числа?
10. Перечислите правила действий с приближенными числами. Приведите примеры.
11. Формулы прямоугольников.
12. Формула трапеций.
13. Способы вычисления абсолютной погрешности при численном интегрировании.
14. Формулы приближенного дифференцирования, основанные на интерполяционных формулах Ньютона.
15. Способы вычисления погрешности в определении производной.

Приближенное решение дифференциальных уравнений.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Метод Эйлера и нахождение значения функции с использованием метода Эйлера.
2. Понятие интегральной кривой.
3. Построение интегральной кривой.

б) Практические работы

Практическое занятие №1

Раздел 1

Вариант 1

Найдите матрицу $C = A + B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

1. Найдите матрицу $C = A + B$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & -7 & 4 \\ 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 5 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Вычислите: $2A + 3B - C$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -7 & -4 \\ 18 & -8 \end{pmatrix}$.
3. Произведите умножение двух матриц а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$,
 б) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Вариант 2

1. Найдите матрицу $C = A + B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$.

2. Найдите матрицу $C = A + B$, если $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 2 & -6 & 3 \\ 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.
3. Вычислите: $2A + 3B - C$, если $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 8 & -5 \end{pmatrix}$.
4. Произведите умножение двух матриц а) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$,
 б) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -4 & -1 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Практическое занятие №2

1. Вычислите определитель второго порядка $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}$.
2. Вычислите определитель третьего порядка $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 6 & 3 \end{bmatrix}$.
3. Запишите все миноры определителя $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 7 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Вариант 2

1. Вычислите определитель второго порядка $\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 10 & -3 \end{vmatrix}$.
2. Вычислите определитель третьего порядка $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & -1 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$.
3. Запишите все миноры определителя $\begin{bmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 3 & 5 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$.

Практическое занятие №3

Вариант 1

1. Найдите алгебраические дополнения A_{13}, A_{21}, A_{31} для определителя $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.
2. Разложите определитель $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -2 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ по:
 - а) элементам первой строки;
 - б) элементам второго столбца.
3. Найдите обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Вариант 2

1. Найдите алгебраические дополнения A_{13}, A_{21}, A_{31} для определителя $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & -3 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$.
2. Разложите определитель $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 5 \\ 0 & -4 & 2 \end{bmatrix}$ по:
 - а) элементам первой строки;
 - б) элементам второго столбца.
3. Найдите обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 7 \end{pmatrix}$.

Раздел 2

Практическое занятие №4

Решить системы методом Гаусса

Вариант – 1.

$$а) \begin{cases} 2x + 3y - 2z = 8 \\ y - 3z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases};$$

$$б) \begin{cases} x - y + 4z = 0 \\ x + y - 2z = 6; \\ y + z = 7 \end{cases}$$

Вариант –2.

$$а) \begin{cases} 2x + y - z = 9 \\ x - y + 3z = -1; \\ y - 2z = 4 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x + 2y - 5z = 9 \\ 3x - y = 2z = 2; \\ y - 5z = 1 \end{cases}$$

Практическое занятие №5

Решить системы методом обратной матрицы

Вариант –1.

$$а) \begin{cases} 5x - 2y + 3z = 1 \\ x + y - 5z = 3 \\ 6x - 2y = 0 \end{cases};$$

Вариант –2.

$$а) \begin{cases} x + y - 3z = 5 \\ x - 2z = 0 \\ x + 2y - 6z = 8 \end{cases};$$

$$б) \begin{cases} y - 3z = 3 \\ 2x + y - 2z = 8 \\ x + y - 4z = 4 \end{cases}$$

Практическое занятие №6

Решить системы методом Крамера

Вариант –1.

$$а) \begin{cases} 5x - 2y + 3z = 1 \\ x + y - 5z = 3 \\ 6x - 2y = 0 \end{cases};$$

$$б) \begin{cases} x + y - 3z = 5 \\ x - 2z = 0 \\ x + 2y - 6z = 8 \end{cases};$$

Вариант -2.

$$а) \begin{cases} 2x + 3z = 7 \\ x - y + z = -3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 3x - y + z = 1 \\ x + y - 2z = 6 \\ y + 2z = 8 \end{cases}$$

Раздел 3

Практическое занятие №7

Вариант -1.

1. Даны векторы: $\vec{a}\{2; -4; 3\}$, $\vec{b}\{-3; \frac{1}{2}; 1\}$. Найдите $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.
2. Даны векторы: $\vec{a}\{1; -2; 0\}$, $\vec{b}\{-3; 6; 0\}$, $\vec{c}\{0; -3; 4\}$. Найдите координаты вектора \vec{p} , заданного своим разложением $\vec{p} = 2\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} - \vec{c}$.
3. Найдите значения m и n , при которых векторы $\vec{a}\{6; n; 1\}$ и $\vec{b}\{m; 16; 2\}$.
4. Найдите: а) координаты вектора \overrightarrow{AB} ,
б) координаты точки С, которая является серединой отрезка АВ, если $A(5; -1; 3)$, $B(2; -2; 4)$.
5. Даны векторы $\vec{b}\{3; 1; -2\}$ и $\vec{c}\{1; 4; -3\}$. Найдите: а) $|2\vec{b} - \vec{c}|$, б) $\vec{b} \cdot \vec{c}$.

Вариант -2.

1. Даны векторы: $\vec{a}\{3; -5; 4\}$, $\vec{b}\{-2; \frac{1}{3}; -1\}$. Найдите $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.
2. Даны векторы: $\vec{a}\{2; -1; 1\}$, $\vec{b}\{3; 4; 0\}$, $\vec{c}\{-1; 0; 2\}$.
Найдите координаты вектора \vec{p} , заданного своим разложением $\vec{p} = 2\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} - \vec{c}$.
3. Найдите значения m и n , при которых векторы $\vec{a}\{2; n; 1\}$ и $\vec{b}\{m; 12; 3\}$.
4. Найдите: а) координаты вектора \overrightarrow{CD} , б) координаты точки А, которая является серединой отрезка CD, если $C(6; 3; -2)$, $D(2; 4; 5)$.
5. Даны векторы $\vec{a}\{5; -1; 2\}$ и $\vec{b}\{3; 2; -4\}$. Найдите: а) $|\vec{a} - 2\vec{b}|$, б) $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Вариант -3.

1. Даны векторы: $\vec{a}\{-1; 3; -3\}$, $\vec{b}\{\frac{1}{2}; -2; 1\}$. Найдите $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.
2. Даны векторы: $\vec{a}\{3; -2; 1\}$, $\vec{b}\{-2; 4; -2\}$, $\vec{c}\{-3; 6; 0\}$. Найдите координаты вектора \vec{p} , заданного своим разложением $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}$.
3. Найдите значения m и n , при которых векторы $\vec{a}\{3; n; 3\}$ и $\vec{b}\{m; 2; 1\}$.
4. Найдите: а) координаты вектора \overrightarrow{AB} , б) координаты точки С, которая является серединой отрезка АВ, если $A(3; -2; 0)$, $B(1; 2; -1)$.
5. Даны векторы $\vec{b}\{4; -1; 2\}$ и $\vec{c}\{2; 5; -3\}$. Найдите: а) $|2\vec{b} - \vec{c}|$, б) $\vec{b} \cdot \vec{c}$.

Вариант -4.

1. Даны векторы: $\vec{a}\{6; -4; 0\}$, $\vec{b}\{-2; -1; -2\}$. Найдите $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.
2. Даны векторы: $\vec{a}\{-3; -1; 6\}$, $\vec{b}\{2; 3; 0\}$, $\vec{c}\{1; -2; -\frac{1}{2}\}$. Найдите координаты вектора \vec{p} , заданного своим разложением $\vec{p} = -\frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$.
3. Найдите значения m и n , при которых векторы $\vec{a}\{n; 3; 18\}$ и $\vec{b}\{2; m; 6\}$.
4. Найдите: а) координаты вектора \overrightarrow{CD} , б) координаты точки А, которая является серединой отрезка CD, если $C(9; -2; 3)$, $D(-5; -1; 6)$.
5. Даны векторы $\vec{a}\{3; -2; 1\}$ и $\vec{b}\{7; -4; 2\}$. Найдите: а) $|\vec{a} - 2\vec{b}|$, б) $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Контрольная работа Тема: Векторная алгебра

Вариант 10.

1. Даны векторы $\{5, 1, 0\}$, $\{1, -2, 4\}$, $\{3, -2, 1\}$. Найти:
 1. Длины этих векторов;
 2. Скалярное произведение векторов и косинус угла между ними;
 3. Векторное произведение \times и площадь треугольника, построенного на этих векторах;
 4. Смешанное произведение и объем тетраэдра, построенного на этих векторах.
2. Даны точки $A(5; 7; 4)$, $B(4; 10; 9)$. Найти:
 1. Координаты и длину вектора
 2. Координаты точки С - середины отрезка АВ
 3. Координаты точки М, делящей отрезок АВ в отношении .

Практическое задание №8

Тема: Векторная алгебра

Вариант 1

1. Даны векторы $\{-4, -2, 5\}$, $\{6, 0, 1\}$, $\{3, 2, -1\}$. Найти:
 - 1) Длины этих векторов;
 - 2) Скалярное произведение векторов и косинус угла между ними;
 - 3) Векторное произведение \times и площадь треугольника, построенного на этих векторах;
 - 4) Смешанное произведение и объем тетраэдра, построенного на этих векторах.
2. Даны точки $A(7; 2; 2)$, $B(5; 7; 7)$. Найти:
 - 1) Координаты и длину вектора АВ
 - 2) Координаты точки С - середины отрезка АВ

Вариант 2

1. Даны векторы $\{7, -3, 1\}$, $\{1, -5, 3\}$, $\{1, 4, 0\}$. Найти:
 - 1) Длины этих векторов;
 - 2) Скалярное произведение векторов и косинус угла между ними;
 - 3) Векторное произведение \times и площадь треугольника, построенного на этих векторах;
 - 4) Смешанное произведение и объем тетраэдра, построенного на этих векторах.
2. Даны точки $A(5; 3; 1)$, $B(2; 3; 7)$. Найти:

- 1) Координаты и длину вектора АВ
- 2) Координаты точки С - середины отрезки АВ

Практическое занятие 9.

Составление уравнений прямых и кривых 2-го порядка, их построение.

Вариант 1

1. Проверьте принадлежат ли точки А(3; 14), В(4; 13), С(-3;0), Д(0; 5) прямой $7x-3y+21=0$.
2. Постройте прямые: $x = 5$; $x = -3$, $x=0$
3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку М(2; -4) и перпендикулярной вектору $\vec{n} = (4; 2)$.
4. Проверьте, перпендикулярны ли следующие прямые:
 $3x - 4y + 12 = 0$ и $4x + 3y - 6 = 0$;
5. Вычислите длину отрезка прямой $3x + 4y - 24 = 0$, заключенного между осями координат.
6. Составьте уравнение гиперболы, если её вершины находятся в точках $A_1(-3; 0)$ и $A_2(3; 0)$, фокусы – в точках $F_1(-5; 0)$ и $F_2(5; 0)$.
7. На прямой $2x + y - 6 = 0$ найдите точку М, равноудаленную от точек А(3; 5) и В(2; 6).
8. Вычислите углы наклона к оси Ох для прямой: $y = x$
9. Составьте уравнение прямой, проходящей через начало координат, если её угловой коэффициент: $k = 6$

Вариант 2

1. Найдите острый угол между прямыми $5x - 2y - 16 = 0$ и $3x + 4y - 12 = 0$.
2. Постройте прямые: $y = 4$, $y = -2$, $y = 0$.
3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку М(-2; -4) параллельно прямой $2x - 3y + 16 = 0$.
4. Проверьте, перпендикулярны ли следующие прямые:
 $4x + 4y - 8 = 0$ и $3x - 2y + 4 = 0$.
5. Вычислите длину отрезка прямой $3x + 4y - 24 = 0$, заключенного между осями координат.
6. Составьте уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках $B_1(-8; 0)$ и $B_2(8; 0)$, а фокусы - в точках $F_1(0; -6)$ и $F_2(0; 6)$.
7. Вычислите углы наклона к оси Ох для прямой: $y = -x$.
8. Составьте уравнение параболы с вершиной в начале координат, если её директрисой служит прямая $x = -3$.
9. Составьте уравнение прямой, проходящей через начало координат, если её угловой коэффициент: $k = -2$.

Раздел 5

Практическое занятие 10.

Вариант 1

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x}$ 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{5-x}$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x+10}$ 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^4}$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{3}\right)^x$ 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{3x-2}}$

8) $\lim_{x \rightarrow -1} x^2 + 3x - 2$ 9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-2)(x+1)}{x^3+2}$

10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2 - x + 1}{x^2 + x}$

11) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x - 1}{2x^3 + 5x^2 + 4x}$ 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x + 3}{4x - 9}$

13) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$ 14) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 5x - 6}$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$

Вариант 2

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{6x}$ 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x+7}$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{10+x}$ 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{5}\right)^x$ 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{3}\right)^x$ 7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{4x+1}}$

8) $\lim_{x \rightarrow 2} x^3 - 2x + 1$ 9) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+5)(x-2)}{x^2+2}$

10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 2x - 1}{6x^2 + x}$

11) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x - 8}{4x^2 - 3x - 6}$ 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{x^2-9}$

13) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 4x - 5}{x + 5}$ 14) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$

15) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}$

Раздел 6

Практическое занятие 11

Вариант – 1.

1. Найдите производную следующих функций:

а) $y = x^2 + 4x + 3$;

б) $y = \frac{6}{x} + 2\sqrt{x}$;

в) $y = \frac{x^6 - 4x + 1}{x}$;

г) $y = \frac{3x-4}{3}$;
 д) $y = \frac{3x-4}{7-2x}$;
 е) $y = x^7 - 4x^2 + 9$;
 ж) $y = 6\sqrt{x} - \frac{5}{x}$;
 з) $y = \frac{4x+523}{4}$;
 и) $y = \frac{3x^2-x+1}{x}$;
 к) $y = \frac{3+7x}{4-x}$;

Вариант – 2.

Найдите производную следующих функций:

а) $y = x^6 - 3x + 8$;
 б) $y = 4\sqrt{x} - \frac{2}{x}$;
 в) $y = \frac{x^5-3x^2+2}{x}$;
 г) $y = \frac{8-6x}{5}$;
 д) $y = \frac{5x+2}{x-3}$;
 е) $y = 3x^4 - 6x^2 + 5$;
 ж) $y = \frac{4}{x} + 4\sqrt{x}$;
 з) $y = \frac{x^3-9x^2+5}{x}$;
 и) $y = \frac{6x^2-7x}{3}$;
 к) $y = \frac{5x+1}{3-2x}$;

1. Найдите производную второго порядка заданных функций:

а) $y = \sin x$;
 б) $y = (5x + 2)^4$;
 в) $y = 10^{5-3x}$.

Практическое занятие 12

Вариант 1

Найдите производную следующих функций:

а) $y = 3\sin 2x$;
 б) $y = \sqrt{x^2 - 4x}$;
 в) $y = (3 + 2x)(2x - 3), y'(0,25) - ?$
 г) $y = 5\cos 3x$;
 д) $y = \sqrt{3x - x^2}$;
 е) $y = (x^2 - 3)(x^2 + 3), y'(\frac{1}{2}) - ?$

Вариант 2

Найдите производную следующих функций:

а) $y = 5\sin 6x$;
 б) $y = \sqrt{3x - 1}$;
 в) $y = (2x + 1)(2x - 1), y'(3) - ?$
 г) $y = 2tg 5x$;

д) $y = \sqrt{8x - 7}$;

е) $y = (4x - 1)(4x + 1), y'(0,25) = ?$

Практическое задание №13

Расчетно-графическая работа

Исследуйте и постройте график данной функции.

Вариант – 1.

$$y = 2x^3 - 6x + 5.$$

Вариант – 2.

$$y = x^3 - x^2 - x + 3.$$

Вариант – 3.

$$y = x^4 - 10x^2 + 9.$$

Вариант – 4.

$$y = -x^4 + 2x^2 + 3$$

Раздел 7

Практическое занятие 13

Вариант 1

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1. $\int \left(3 \cos 2x - 5x^3 + \frac{2}{x} \right) dx$

2. $\int \frac{4x^9 - x^3 + x^2}{x^3} dx$

3. $\int (9^x \cdot 2^{2x} - 9) dx$

4. $\int \left(\frac{1}{x+5} + \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} \right) dx$

5. $\int \frac{dx}{4+9x^2}$

Вариант 2

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1. $\int \left(5 \sin x + 9x^5 - \frac{3}{x} \right) dx$

2. $\int \frac{x^7 - 4x^9 + 2x^2}{x^3} dx$

$$3. \int (3^x \cdot 4^{2x} + 7) dx$$

$$4. \int \left(\frac{1}{25+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$$

Практическое задание 14

Вариант 1

1. Найти интегралы:

$$\int \frac{\cos x dx}{\sin^4 x}$$

$$\int \left(\frac{2}{1+x^2} - \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$$

$$\int (2x^3 - 3 \sin x + 5\sqrt{x}) dx$$

$$\int (2x^3 + 1)x^2 dx$$

$$\int_1^2 (5x^4 + 2x - 8) dx$$

2. Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

а) $\int |3x+2|^7 dx$

б) $\int \frac{32x^3 - 7}{8x^4 - 7x + 5} dx$

в) $\int x^{10} \cdot e^{x^{11}} dx$

3. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям: $\int (12x-7)e^{3x} dx$

Вариант 2

1. Найти интегралы:

$$\int \frac{x^3 - 2x^2 - 3x - 4}{x^2} dx$$

$$\int \cos 3x dx$$

$$\int \sin^2 x \cos x dx$$

$$\int \frac{x^2 dx}{1+x^3}$$

$$\int_{-1}^2 (2x + 3x^2 + 4x^3) dx$$

2. Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

1) $\int (7x-3)^4 dx$

$$2) \int \frac{20x^4 + 7}{4x^5 + 7x - 5} dx$$

$$3) \int x^9 \cdot e^{x^{10}} dx$$

3. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям: $\int (x+3)e^{2x} dx$

Практическое задание 15

Вариант – 1.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями. Выполните рисунок.

1. $y = -x^2 + 4; y = 0$.
2. $y = \sin x; x = 0; y = 0$.
3. $y = x^2; y = 9$.

Вариант – 2.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями. Выполните рисунок.

1. $y = x^2 + 3; x = 0; x = 2; y = 0$.
2. $y = \cos x; x = 0; x = \frac{\pi}{4}; y = 0$.
3. $y = -x^2 + 6; y = 2$.

Вариант – 3.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями. Выполните рисунок.

1. $y = x^2 - 2x; x = 2; x = 4; y = 0$.
2. $y = \sin x; x = \frac{\pi}{6}; x = 3; y = 0$.
3. $y = x^2 + 2; y = x + 4$.

Вариант – 4.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями. Выполните рисунок.

1. $y = -x^2 + 4x; x = 2; y = 0$.
2. $y = \cos x; x = -\frac{\pi}{6}; x = \frac{\pi}{6}; y = 0$.
3. $y = x^2; y = x + 2$.

Практическое задание 16

ВАРИАНТ №1

ВАРИАНТ №2

1. Найти несобственные интегралы:

1) $\int_{-\infty}^1 e^t dt$

2.) $\int_{-2}^2 \frac{x dx}{x^2 - 1}$

3) $\int_0^1 \ln x dx$

4) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$

Найти несобственные интегралы:

1) $\int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$

2) $\int_0^1 \frac{dx}{x}$

3) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{a^2 + x^2}$

4) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$

Раздел 8

Практическое задание 17

Числовые ряды. Признак Даламбера.

Вариант – 1.

1. Найдите 4 первых члена ряда по заданному общему члену $a_n = \frac{1}{(2n+1)2^{n-1}}$.
2. Найдите формулу общего члена ряда:
 - а) $1 + \frac{3}{2} + \frac{5}{3} + \dots$;
 - б) $\frac{2}{5} + \frac{5}{7} + \frac{8}{9} + \dots$.
3. Найдите 4 первых члена ряда по заданному общему члену $a_n = \frac{3n+2}{(3n-1)2^{n-1}}$.
4. Найдите формулу общего члена ряда:
 - а) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} \dots$;
 - б) $\frac{2}{4} + \frac{4}{9} + \frac{6}{16} + \frac{8}{25} \dots$.

Вариант – 2.

1. Найдите 4 первых члена ряда по заданному общему члену $a_n = \frac{n+1}{(2n-1)3^{n-1}}$.
2. Найдите формулу общего члена ряда:
 - а) $\frac{5}{1} + \frac{9}{2} + \frac{13}{3} + \dots$;
 - б) $\frac{4}{2} + \frac{7}{7} + \frac{10}{12} + \dots$.
3. Найдите 4 первых члена ряда по заданному общему члену $a_n = \frac{3n+1}{(n^2+1)3^{n-1}}$.
4. Найдите формулу общего члена ряда:
 - а) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} \dots$;
 - б) $\frac{2}{1} + \frac{4}{4} + \frac{8}{9} + \frac{16}{16} \dots$.

Практическое задание 18

Вариант – 1.

1. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{5^n}$.
2. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n(n+1)}$.

Вариант – 2.

1. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}$.
2. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2}$.

Раздел 9

Практические работы №19, 20

Тема: «Вычисление частных производных и дифференциалов для функций двух переменных»

1-3. Найти $\frac{\partial u}{\partial x}$; $\frac{\partial u}{\partial y}$ функции

4. Вычислить значение $\frac{\partial u}{\partial x}$; $\frac{\partial u}{\partial y}$ в точке М

5. Вычислить полный дифференциал функции.

<p>1. $u = e^{x^2 y}$ В – 1</p> <p>2. $u = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$</p> <p>3. $u = \sin \sqrt{x + y^2}$</p> <p>4. $u = x^4 + y^4 - 4x^2 y^2$ в точке $M(-1; 0)$</p> <p>5. $u = x^3 \ln y$ в точке $M(2; 1)$</p>	<p>1. $u = e^{-(x^2 + y^2)}$ В – 2</p> <p>2. $u = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$</p> <p>3. $u = \cos \sqrt{x^3 + y}$</p> <p>4. $u = x^3 + y^3 - 3xy$ в точке $M(1; -1)$</p> <p>5. $u = y^2 \ln x$ в точке $M(1; 2)$</p>
<p>1. $u = \ln(x + y)$ В – 3</p> <p>2. $u = \operatorname{tg} \frac{x^2}{y}$</p> <p>3. $u = \arcsin \sqrt{x^2 + y}$</p> <p>4. $u = \frac{x}{y^2}$ в точке $M(-2; 3)$</p> <p>5. $u = x^2 + y^2 - 2xy^3$ в точке $M(3; -2)$</p>	<p>1. $u = \ln(x^2 + y^2)$ В – 4</p> <p>2. $u = \operatorname{tg} \frac{y^2}{x}$</p> <p>3. $u = \arccos \sqrt{x + y^2}$</p> <p>4. $u = \frac{x}{y}$ в точке $M(1; -3)$</p> <p>5. $u = x^4 + y^4 - 4x^2 y$ в точке $M(3; -2)$</p>

1. $u = \ln(x + y^2)$

B-5

2. $u = \operatorname{ctg} \frac{x^2}{y}$

3. $u = \arccos \sqrt{x^2 + y^3}$

4. $u = e^{xy}$ в точке $M(0; 1)$

5. $u = x^3 \sin y$ в точке $M(1; \frac{\pi}{2})$

1. $u = \ln(x^2 + y)$

B-6

2. $u = \operatorname{ctg} \frac{y^2}{x}$

3. $u = \arcsin \sqrt{x^3 + y^2}$

4. $u = e^{xy^2}$ в точке $M(1; 0)$

5. $u = y^3 \sin x$ в точке $M(\frac{\pi}{2}; -1)$

Практическая работа №21**1 вариант**

Задание: Вычислить двойные интегралы

1.
$$\int_1^3 dx \int_2^{x^2+4} \frac{1}{x^2} dy$$

2.

3.
$$\int_0^2 dx \int_x^{2x} (x+2y) dy$$

3.
$$\int_1^2 dx \int_0^3 (x^2 + y^2) dy$$

4.
$$\int_0^1 dx \int_0^2 (x^2 + 2xy) dy$$

2 вариант

Задание: Вычислить двойные интегралы

1.
$$\int_1^5 dx \int_1^4 (x+y) dy$$

2.
$$\int_2^3 dx \int_0^{2x} \frac{y}{x} dy$$

3.
$$\int_0^1 dx \int_1^2 (x^2 + y^2) dy$$

4.

4.
$$\int_{-2}^2 dy \int_0^{y^2} (2x+y) dx$$

3 вариант

Задание: Вычислить двойные интегралы

1.
$$\int_0^1 dx \int_0^{4x} (x+2y) dy$$

2.
$$\int_1^4 dx \int_0^{2\sqrt{x}} \frac{y}{x} dy$$

3.
$$\int_1^2 dy \int_{2y}^{4y} xy dx$$

4.
$$\int_{-2}^2 dx \int_{x^2}^4 y dy$$

4 вариант

Задание: Вычислить двойные интегралы

1.
$$\int_1^2 dx \int_0^{4x} (x+2y) dy$$

2.
$$\int_0^3 dx \int_0^6 (x^2 - y) dy$$

3.
$$\int_0^1 dy \int_0^{y^2} (3x-2y) dx$$

4.
$$\int_1^2 dx \int_{\frac{1}{x}}^3 x^2 y dy$$

Раздел 10

Практические работы №22, 23

Вариант 1

1. Составить уравнение кривой, проходящей через точку $M(1;2)$ и имеющей угловой

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2x}.$$

коэффициент

2. Найти частные решения дифференциальных уравнений:

а) $(x+3)dy - (y+2)dx = 0$, если $y = 3$ при $x = 2$;

б) $y' + 2y + 4 = 0$, если $y = 5$ при $x = 0$;

в) $y'' + y' - 6y = 0$, если $y = 3$ и $y' = 1$ при $x = 0$;

г) $y'' - 6y' + 9 = 0$, если $y = 1$ и $y' = 1$ при $x = 0$.

Вариант 2

1. Составить уравнение кривой, проходящей через точку $M(2;1)$ и имеющей угловой

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2y}.$$

коэффициент

2. Найти частные решения дифференциальных уравнений:

а) $(1-x)dy - (y-1)dx = 0$, если $y = 3$ при $x = 2$;

б) $y' - y + 4 = 0$, если $y = 5$ при $x = 0$;

в) $y'' - 2y' - 8y = 0$, если $y = 4$ и $y' = 10$ при $x = 0$;

г) $y'' - 8y' + 16 = 0$, если $y = 2$ и $y' = 9$ при $x = 0$.

V. Ответы

Вариант 1

Вариант 2

1. $y = \frac{1}{2} \ln|x| + 2$.

1. $y^2 = x - 1$.

2. а) $y = x + 1$;

2. а) $y = \frac{x+1}{x-1}$;

б) $y = 3e^{2x} + 2$;

б) $y = e^x + 4$;

в) $y = e^{-3x} + 2e^{2x}$;

в) $y = e^{-2x} + 3e^{4x}$;

г) $y = e^{3x} - 2xe^{3x}$.

г) $y = e^{4x} + xe^{4x}$.

Практическая работа №24

Пример 1. Решить линейное однородное дифференциальное уравнение

$$y'' + y' - 2y = 0.$$

Решение. Характеристическое уравнение имеет вид $k^2 - 2k - 2 = 0$, его корни $k_1 = 1$ и $k_2 = -2$ - вещественные и различные. Соответствующие частные решения уравнения: $y_1 = e^x$ и $y_2 = e^{-2x}$.
Общее решение данного дифференциального уравнения имеет вид

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{-2x}$$

Пример 2. Решить линейное однородное дифференциальное уравнение

$$y'' + 5y' + 6y = 0$$

Решение. Характеристическое уравнение имеет вид $k^2 + 5k + 6 = 0$, его корни $k_1 = -2$ и $k_2 = -3$ - вещественные и различные. Соответствующие частные решения уравнения: $y_1 = e^{-2x}$ и $y_2 = e^{-3x}$. Общее решение данного дифференциального уравнения имеет вид

$$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-3x}$$

Корни характеристического уравнения - вещественные и равные

То есть, $k_1 = k_2$. В этом случае решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами имеет вид

$$y = C_1 e^{kx} + C_2 x e^{kx}$$

Пример 3. Решить линейное однородное дифференциальное уравнение

$$y'' - 8y' + 16y = 0$$

Решение. Характеристическое уравнение $k^2 - 8k + 16 = 0$ имеет равные корни $k_1 = k_2 = 4$.
Соответствующие частные решения уравнения: $y_1 = e^{4x}$ и $y_2 = x e^{4x}$. Общее решение данного дифференциального уравнения имеет вид

$$y = C_1 e^{4x} + C_2 x e^{4x}$$

Пример 4. Решить линейное однородное дифференциальное уравнение

$$y'' - 4y' + 4y = 0$$

Решение. Характеристическое уравнение $k^2 - 4k + 4 = 0$ имеет равные корни $k_1 = k_2 = 2$.
Соответствующие частные решения уравнения: $y_1 = e^{2x}$ и $y_2 = x e^{2x}$. Общее решение данного дифференциального уравнения имеет вид

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x}$$

Корни характеристического уравнения - комплексные

То есть, $k_1 = \alpha + i\beta$, $k_2 = \alpha - i\beta$, $\beta \neq 0$. В этом случае решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами имеет вид

$$y = C_1 e^{\alpha x} \sin \beta x + C_2 e^{\alpha x} \cos \beta x.$$

Пример 5. Решить линейное однородное дифференциальное уравнение

$$y'' - 2y' + 10y = 0.$$

Решение. Характеристическое уравнение $k^2 - 2k + 10 = 0$ имеет комплексные корни $k_1 = 1 + \sqrt{1-10} = 1 + 3i$ и $k_2 = 1 - \sqrt{1-10} = 1 - 3i$. Соответственно $\alpha = 1$ и $\beta = 3$. Общее решение данного дифференциального уравнения имеет вид

$$y = (C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x) e^x.$$

Пример 6. Решить линейное однородное дифференциальное уравнение

$$y'' + 2y' + 5y = 0.$$

Решение. Характеристическое уравнение $k^2 + 2k + 5 = 0$ имеет комплексные корни $k_1 = -1 + 2i$ и $k_2 = -1 - 2i$. Соответственно $\alpha = -1$ и $\beta = 2$. Общее решение данного дифференциального уравнения имеет вид

$$y = e^{-x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x).$$

Найдите производную следующих функций:

2. Найдите производную второго порядка заданных функций:

- а) $y = x^4$;
- б) $y = \sqrt{1 + \cos x}$;
- в) $y = x \ln x$.

Раздел 11

Практическая работа № 25

Вариант – 1.

1. Записать комплексные числа в тригонометрической и в показательной формах:

- а) $z = 5i$;
- б) $z = 1 + i$.

2. Представьте в алгебраической и показательной формах комплексные числа:

- а) $z = 3(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$;
- б) $z = 5(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6})$.

3. Даны комплексные числа $z_1 = 3(\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ)$ и $z_2 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$.

Найти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $\frac{z_1}{z_2}$; в) z_2^4 ; г) $\sqrt[3]{z_1}$.

Вариант – 2.

1. Записать комплексные числа в тригонометрической и в показательной формах:
- а) $z = -6$;
 б) $z = 1 - i$.
2. Представьте в алгебраической и показательной формах комплексные числа:
- а) $z = 2,5(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2})$;
 б) $z = 8(\cos \frac{15\pi}{4} + i \sin \frac{15\pi}{4})$.
3. Даны комплексные числа $z_1 = 3(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4})$ и $z_2 = 5(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$.
 Найти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $\frac{z_1}{z_2}$; в) z_2^4 ; г) $\sqrt[3]{z_1}$.

Вариант – 3.

1. Записать комплексные числа в тригонометрической и в показательной формах:
- а) $z = -2 - 2i$;
 б) $z = 3$.
2. Представьте в алгебраической и показательной формах комплексные числа:
- а) $z = 10(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$;
 б) $z = 8(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$.
3. Даны комплексные числа $z_1 = 2(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})$ и $z_2 = 5(\cos \pi + i \sin \pi)$.
 Найти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $\frac{z_1}{z_2}$; в) z_2^4 ; г) $\sqrt[3]{z_1}$.

Вариант – 4.

1. Записать комплексные числа в тригонометрической и в показательной формах:
- а) $z = -2i$;
 б) $z = -3\sqrt{3} + 3i$.
2. Представьте в алгебраической и показательной формах комплексные числа:
- а) $z = 4(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$;
 б) $z = (\cos \pi + i \sin \pi)$.
3. Даны комплексные числа $z_1 = 0,5(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$ и $z_2 = 2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$.
 Найти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $\frac{z_1}{z_2}$; в) z_2^4 ; г) $\sqrt[3]{z_1}$.

Раздел 12

Практические работа №26, 27, 28

Задание для практической работы:

Решить уравнения методом итераций

№ Варианта	Уравнение.	Задача №2
1	$x^2 + 4 \sin x = 0$	При расчете воздушного стального провода получили уравнение для определения усилия натяжения при гололеде $F^3 + 443F^2 - = 0$
2		При решении вопроса об излучении абсолютно черного тела встречается уравнение $e^{-u} = -u + 1$. Решите его.
3	$x =$	Решить уравнение , которое встречается в задаче о наиболее выгоднейшей конструкции изоляции для труб.

4	$(x-2)^2 =$	Наибольшая скорость воды в трубе круглого сечения достигается тогда, когда центральный угол удовлетворяет уравнению $\text{tg}(x) = x$. Определить этот угол.
5	$2x + \lg x = -0,5$	В задаче о распределении тепла в стержне встречается уравнение $\text{tg}(x) + 3x = 0$. Решите его.
6	$\sin 0,5x + 1 = x^2$	При исследовании беспроводного излучателя получено уравнение $x\text{tg}(x)=1$. Найдите наименьший положительный корень.
7	$0,5x + \lg(x-1) = 0,5$	Решить уравнение, которое встречается при решении задачи о распространении тепла в стержне при наличии лучеиспускания в окружающее пространство.
8	$x^3 + 0,1x^2 + 0,4x = 1,2$	Найти наименьший положительный корень уравнения $\text{tg}(x) = c$ тремя верными десятичными знаками.
9		При определении критической нагрузки для балки, свободно опирающейся одним концом, закрепленной другим и сжимаемой продольной силой, встречается уравнение $\text{tg } \mu =$. Решить его при $p=2$, полагая, что $\mu = \pi + x$
10		Найти наименьший положительный корень уравнения $\text{tg}(x) = -0,6x$ с тремя верными десятичными знаками.(уравнение встречается при изучении теплового режима в стенке)
11	$\text{ctg}(1,05+x)=x^2$	Найти корень уравнения $2+e^{-x} = c$ с точностью до трех десятичных знаков (уравнения такого типа встречаются при изучении колебаний стержня под действием продольного удара)
12	$1,8x^2 = \sin 10x$	При расчете воздушного стального провода получили уравнение для определения усилия натяжения при гололеде $F^3 + 443F^2 - = 0$
13	$x =$	При решении вопроса об излучении абсолютно черного тела встречается уравнение $e^{-u} = -u + 1$. Решите его.
14	$5x - 8\ln x = 8$	Решить уравнение, которое встречается в задаче о наиболее выгоднейшей конструкции изоляции для труб.
15	$2\sin(x-0,6) = 1,5-x$	Наибольшая скорость воды в трубе круглого сечения достигается тогда, когда центральный угол удовлетворяет уравнению $\text{tg}(x) = x$. Определить этот угол.
16	$3x - 2e^x = 1$	В задаче о распределении тепла в стержне встречается уравнение $\text{tg}(x) + 3x = 0$. Решите его.
17	$\ln x + (x+1)^3 = 0$	При исследовании беспроводного излучателя получено уравнение $x\text{tg}(x)=1$. Найдите наименьший положительный корень.
18	$\sin(0,5+x) = 2x-0,5$	Решить уравнение, которое встречается при решении задачи о распространении тепла в стержне при наличии лучеиспускания в окружающее пространство.
19	$x^2 + 0,4^{2x} = 5$	Найти наименьший положительный корень уравнения $\text{tg}(x) = c$ тремя верными десятичными знаками.

20	$2\cos(0,5x)+x^2 = 4x-3$	При определении критической нагрузки для балки, свободно опирающейся одним концом, закрепленной другим и сжимаемой продольной силой, встречается уравнение $\operatorname{tg} \mu =$. Решить его при $p=2$, полагая, что $\mu = \pi+x$
21	$\sin(x-0,5) - x = -0,8$	Найти наименьший положительный корень уравнения $\operatorname{tg}(x) = -0,6x$ с тремя верными десятичными знаками.(уравнение встречается при изучении теплового режима в стенке)
22	$2e^x = 5x + 2$	Найти корень уравнения $2+e^{-x} =$ с точностью до трех десятичных знаков (уравнения такого типа встречаются при изучении колебаний стержня под действием продольного удара)
23	$\cos(3x) = x^3$	Наибольшая скорость воды в трубе круглого сечения достигается тогда, когда центральный угол удовлетворяет уравнению $\operatorname{tg}(x) = x$. Определить этот угол.
24	$2x^2 - 0,5^x = 3$	В задаче о распределении тепла в стержне встречается уравнение $\operatorname{tg}(x) + 3x = 0$. Решите его.
25	$2\lg x = -1$	При расчете воздушного стального провода получили уравнение для определения усилия натяжения при гололеде $F^3 + 443F^2 - = 0$
26		При решении вопроса об излучении абсолютно черного тела встречается уравнение $e^{-u} = -u + 1$. Решите его.
27	$5\sin x = x-1$	Решить уравнение, которое встречается в задаче о наиболее выгоднейшей конструкции изоляции для труб.
28	$(x-2)^3 \lg(x+11) = 1$	Наибольшая скорость воды в трубе круглого сечения достигается тогда, когда центральный угол удовлетворяет уравнению $\operatorname{tg}(x) = x$. Определить этот угол.
29	$(x-2)^2 2^x = 1$	При исследовании беспроводного излучателя получено уравнение $x \operatorname{tg}(x) = 1$. Найдите наименьший положительный корень

Практические работы №29, 30

Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений

6.1 Постановка задачи

Цель: освоить алгоритмы методов решения задачи Коши для ОДУ.

Задание:

1. Найти численное решение задачи Коши методами Рунге-Кутты 3 и 4 порядков на сетках с шагом $\tau = 0,1$; $\tau = 0,05$; $\tau = 0,025$, соответственно, согласно выбранному варианту.
2. На последовательности указанных сеток проверить сходимость полученного решения для указанных методов.
3. Для сопоставления методов вычислить, где - точное решение

вариант	$f(t,u)$	t_0	T	u^0	$U(t)$ точное решение
1		0,1	1,1	0,3314113	

2	0	0,9	-1
3	0	0,9	0
4	0	0,9	0
5	0	0,9	0
6	0	0,9	1
7	0	0,9	3,4
8	0	1	0
9	0	1	1
10	0	1	1

в) Задания в тестовой форме

Раздел 1

Вариант 1

1. Упорядоченная совокупность элементов, у которых номер строки и номер столбца совпадают называется:

- побочной диагональю матрицы
- ненулевой матрицей
- + главной диагональю матрицы
- диагональной матрицей

2. При перестановке двух строк определитель

- не изменится
- + меняет свой знак
- станет отрицательным
- увеличится

3. Если к элементам любой строки прибавить соответствующие элементы другой строки, умноженные на любое число, то определитель

- + не изменится
- умножится на это число
- поменяет знак
- увеличится

4. Когда существует обратная матрица?

- когда исходная матрица A квадратная
- + когда исходная матрица A невырожденная
- когда исходная матрица A вырожденная
- когда определитель исходной матрицы A равен 0

5. Рангом матрицы называется

- наибольший порядок нулевых миноров
- произведение числа строк на число столбцов матрицы
- число строк матрицы

+ наибольший порядок отличных от нуля миноров

6. Такое свойство операций над матрицами как ассоциативность относительно сложения, можно записать в виде:

+ $(A+B)+C=A+(B+C)$

- $A+B=B+A$

- $\alpha(A+B)=\alpha A+\alpha B$

- $(\alpha+\beta)A=\alpha A+\beta A$

7. Сколько обратных матриц может существовать для данной?

- только одна

+ ни одной или одна

- любое количество

- только две

8. Если матрица имеет две одинаковые строки, то её определитель

- равен сумме элементов, стоящих на главной диагонали

- равен сумме элементов, стоящих на побочной диагонали

+ равен нулю

- все ответы неверны

9. При умножении матрицы A на матрицу B должно соблюдаться условие

+ число столбцов матрицы A должно равняться числу строк матрицы B

- число столбцов матрицы A равно числу столбцов матрицы B

- число строк матрицы A равно числу строк матрицы B

- число строк матрицы A равно числу столбцов матрицы B

10. Что не относится к элементарным преобразованиям матрицы?

- перестановка любых двух строк матрицы

- умножение любой строки на производное, отличное от 0 число

- сложение любой строки с другой строкой, умноженной на произвольное число, отличное от нуля

+ замена элементов строки (столбца) произвольными числами

11. Системы линейных уравнений называются эквивалентными, если

+ имеют одно и то же общее решение.

- эти системы не имеют решений.

- каждое уравнение системы превращается в верное равенство.

- каждое решение одной из систем не является решением другой.

12. К элементарным преобразованиям систем линейных уравнений не относится:

- перестановка уравнений системы.

- удаление уравнений, являющихся линейной комбинацией других уравнений системы.

- вычёркивание уравнения $0+0+\dots+0=0$ (нулевой строки).

+ прибавление к обеим частям одного уравнения соответствующих частей другого,

умноженного на число, равное 0.

13. Что гласит теорема Кронекера - Капелли?

- Система линейных уравнений имеет хотя бы одно решение тогда и только тогда, когда ранг основной матрицы системы не равен рангу расширенной матрицы системы.
- + Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг основной матрицы системы равен рангу расширенной матрицы системы.
- Система линейных алгебраических уравнений определена тогда и только тогда, когда ранги матриц равны.
- Система линейных алгебраических уравнений определена тогда и только тогда, когда ранг её основной матрицы равен рангу её расширенной матрицы.

14. Решение системы, в котором все (n-r) свободные переменные равны 0, называется

- общим
- частным
- + базисным
- вырожденным.

15. Как называются неизвестные, если определитель матрицы из коэффициентов при них отличен от нуля?

- + базисными
- свободными
- совместными
- занятыми

Эталон ответов «Линейная алгебра»»

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
в	б	а	б	г	а	б	в	а	г	а	г	б	в	а

Раздел 11

Вариант 1

1) Чему равна $\operatorname{Im} Z$ комплексного числа $Z=2+3i$?

- а) 3
- б) 2
- в) 5

2) Суммой чисел $(2-9i)+(6-i)$ является

- а) $8+10i$
- б) $-7+5i$
- в) $8-10i$

3) Найдите модуль комплексного числа $2+3i$

- а) $\sqrt{5}$
- б) $\sqrt{13}$
- в) 13

4) Произведение чисел $(1-2i)(3+4i)$

- а) $11-2i$

б) $3-8i$

в) $11+2i$

5) Число $3-4i$ представимо в тригонометрической форме в виде

а) $(\cos\phi+i\sin\phi)$

б) $7(\cos\phi+i\sin\phi)$

в) $3\cos\phi-4i\sin\phi$

б) Число $6+2i$ представимо в показательной форме в виде

а) $6\cos\phi+2i\sin\phi$

б) $\sqrt{40}e^{i\phi}$

в) $40e^{i\phi}$

7) $i^5 =$

а) 1

б) -1

в) i

8) Комплексно-сопряженным для числа $2-8i$ является

а) $8-2i$

б) $-2+8i$

в) $2+8i$

9) Результатом произведения чисел $(5+2i)(5-2i)$ является число

а) 29

б) $29i$

в) 21

10) Решением дифференциального уравнения $y''+25y=0$ является функция

а) $y=e^x(C_1\cos 5x+C_2\sin 5x)$

б) $y=C_1\cos 5x+C_2\sin 5x$

1. в) $y=e^{-5x}(C_1\cos x+C_2\sin x)$

1) Чему равна $\operatorname{Re}Z$ комплексного числа $Z=-3+5i$?

а) 2

б) 5

в) -3

2) Суммой чисел $(4-3i)+(8+5i)$ является

а) $2+12i$

б) $12+2i$

в) $-2-8i$

3) Найдите модуль комплексного числа $7-4i$

а) $\sqrt{65}$

б) $\sqrt{11}$

в) 65

4) Произведение чисел $(3-2i)(2+5i)$

а) $11-16i$

б) $6-10i$

в) $16+11i$

5) Число $6+8i$ представимо в тригонометрической форме в виде

а) $14(\cos\phi+i\sin\phi)$

б) $10(\cos\phi+i\sin\phi)$

в) $6\cos\phi+8i\sin\phi$

б) Число $5-3i$ представимо в показательной форме в виде

а) $5\cos\phi-3i\sin\phi$

б) $4e^{i\phi}$

в) $\sqrt{34}e^{i\phi}$

7) $i^4 =$

а) 1

б) -1

в) i

8) Комплексно-сопряженным для числа $7-2i$ является

а) $7+2i$

б) $-7+2i$

в) $-2+7i$

9) Результатом произведения чисел $(3+6i)(3-6i)$ является число

а) 27

б) $45i$

в) 45

10) Решением дифференциального уравнения $y''+81y=0$ является функция

а) $y=e^x(C_1 \cos 9x+C_2 \sin 9x)$

б) $y=C_1 \cos 9x+C_2 \sin 9x$

в) $y=e^{9x}(C_1 \cos x+C_2 \sin x)$

Вариант 2

1) Чему равна $\operatorname{Re} Z$ комплексного числа $Z=-3+5i$?

а) 2

б) 5

в) -3

2) Суммой чисел $(4-3i)+(8+5i)$ является

а) $2+12i$

б) $12+2i$

в) $-2-8i$

3) Найдите модуль комплексного числа $7-4i$

а) $\sqrt{65}$

б) $\sqrt{11}$

в) 65

4) Произведение чисел $(3-2i)(2+5i)$

а) $11-16i$

б) $6-10i$

в) $16+11i$

5) Число $6+8i$ представимо в тригонометрической форме в виде

а) $14(\cos\phi+i\sin\phi)$

б) $10(\cos\phi+i\sin\phi)$

в) $6\cos\phi+8i\sin\phi$

6) Число $5-3i$ представимо в показательной форме в виде

а) $5\cos\phi-3i\sin\phi$

б) $4e^{i\phi}$

в) $\sqrt{34}e^{i\phi}$

7) $i^4=$

а) 1

б) -1

в) i

8) Комплексно-сопряженным для числа $7-2i$ является

а) $7+2i$

б) $-7+2i$

в) $-2+7i$

9) Результатом произведения чисел $(3+6i)(3-6i)$ является число

а) 27

б) $45i$

в) 45

Ответы к тесту «Комплексные числа»

Критерии оценки:

«3»-5-6

«4»-7-8

«5»-9-10

Варианты										
задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	а	в	б	а	а	б	в	в	а	б
2	в	б	а	в	б	в	а	а	в	б

г) Самостоятельные работы

Проработка конспекта и учебной литературы по разделам 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12

Выполнение домашнего задания по разделам 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
Подготовка доклада по теме “Вывод уравнения эллипса и гиперболы”
в разделе 7

Подготовка реферата по теме “Приложения определенного интеграла” в разделе 7

Подготовка реферата по теме “Комплексные числа ” в разделе 11

3.2.2 Типовые задания для оценки знаний, умений (рубежный контроль)

Раздел 1.

Контрольная работа №1

Вариант 1.

1. Найдите матрицу $C = A^2 + 2B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$.
2. Найдите: $A \cdot B - B \cdot A$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
3. Вычислите: $3A \cdot 2B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.
4. Найдите обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 2 \\ 4 & -1 & -3 \end{pmatrix}$.

Вариант 2.

1. Найдите матрицу $C = A^2 + 2B$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$.
2. Найдите: $A \cdot B - B \cdot A$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
3. Вычислите: $3A \cdot 2B$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$.
4. Найдите обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -6 \\ 3 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix}$.

Раздел 2

Контрольная работа №2

Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера

Вариант 1

1. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

$$а) \begin{cases} 5x + 3y = 12, \\ 2x - y = 7. \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 3x + 2y + z = 3, \\ 5x - 2y - 2z = 3, \\ x + y - z = -2. \end{cases}$$

2. Решите систему 4-х линейных уравнений с четырьмя неизвестными методом Крамера

$$\begin{cases} 7x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 3; \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 2x_4 = -1; \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 1; \\ 5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$$

3. Используя метод Гаусса, решите систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 4, \\ 2x - y + 3z = 9, \\ x - 2y + 2z = 3. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 7, \\ 4x - 5y = 2. \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x - y + z = 6, \\ x - 2y + z = 9, \\ x - 4y - 2z = 3. \end{cases}$$

2. Решите систему 4-х линейных уравнений с четырьмя неизвестными методом Крамера

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 7. \end{cases}$$

3. Используя метод Гаусса, решите систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x - y + 3z = 3 \\ x + 2y - 4z = 10 \\ y - z = 5 \end{cases}$$

Раздел 4

Контрольная работа №3

Вариант – 1

1. Даны векторы: $\vec{a}\{-1; 3; -3\}$, $\vec{b}\{\frac{1}{2}; -2; 1\}$. Найдите $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.
2. Даны векторы: $\vec{a}\{3; -2; 1\}$, $\vec{b}\{-2; 4; -2\}$, $\vec{c}\{-3; 6; 0\}$. Найдите координаты вектора \vec{p} , заданного своим разложением $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}$.
3. Найдите значения m и n , при которых векторы $\vec{a}\{3; n; 3\}$ и $\vec{b}\{m; 2; 1\}$.
4. Найдите: а) координаты вектора \overline{AB} , б) координаты точки С, которая является серединой отрезка АВ, если $A(3; -2; 0)$, $B(1; 2; -1)$.
5. Даны векторы $\vec{b}\{4; -1; 2\}$ и $\vec{c}\{2; 5; -3\}$. Найдите: а) $|2\vec{b} - \vec{c}|$, б) $\vec{b} \cdot \vec{c}$.
6. В треугольнике ABC ВМ – медиана, $A(-1; 2; 2)$, $B(2; -2; -1)$.
Найти: а) координаты точки С; б) длину стороны ВС.
7. Вычислить угол между прямыми АВ и CD, если $A(\sqrt{3}; 1; 0)$, $B(0; 0; 2\sqrt{2})$, $C(0; 2; 0)$, $D(\sqrt{3}; 1; 2\sqrt{2})$.
8. Составьте уравнение окружности с центром в точке $(-3; 0)$ и проходящей через

точку (2; 4).

9. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку $M(2; 1; 3)$ и параллельной вектору $\vec{k} \{-2; 2; 1\}$.

Вариант – 2.

1. Даны векторы: $\vec{a}\{6; -4; 0\}$, $\vec{b}\{-2; -1; -2\}$. Найдите $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.
2. Даны векторы: $\vec{a}\{-3; -1; 6\}$, $\vec{b}\{2; 3; 0\}$, $\vec{c}\{1; -2; -\frac{1}{2}\}$. Найдите координаты вектора \vec{p} , заданного своим разложением $\vec{p} = -\frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$.
3. Найдите значения m и n , при которых векторы $\vec{a}\{n; 3; 18\}$ и $\vec{b}\{2; m; 6\}$.
4. Найдите: а) координаты вектора \vec{CD} , б) координаты точки А, которая является серединой отрезка CD, если $C(9; -2; 3)$, $D(-5; -1; 6)$.
5. Даны векторы $\vec{a}\{3; -2; 1\}$ и $\vec{b}\{7; -4; 2\}$. Найдите: а) $|\vec{a} - 2\vec{b}|$, б) $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
6. В параллелограмме ABCD диагонали пересекаются в точке О, $A(1; 3; -1)$, $B(-2; 1; 0)$, $O(0; 1,5; 0)$. Найдите: а) координаты точки С; б) длину стороны ВС.
7. Вычислить угол между прямыми АВ и CD, если $A(6; -4; 8)$, $B(8; -2; 4)$, $C(12; -6; 4)$, $D(14; -6; 2)$.
8. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку $M(3; 2; 1)$ и параллельной вектору $\vec{k} \{-2; 3; 1\}$.
9. Составьте уравнение окружности, проходящей через точки А (3; 1), В (-2; 6), С (-5; -2).

Раздел 5

Контрольная работа №4

Вариант – 1.

Вычислите пределы.

1. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 17x + 10}{3x^2 - 16x + 5}$;
2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5-x}{3-\sqrt{2x-1}}$;
3. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{3x^2}$;
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+x+1}{3x^3+x^2+1}$;
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$.

Вариант – 2.

Вычислите пределы.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 2x - 1}$;

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}$;

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x^2}$;

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - x^3 + 2x}{x^4 - 8x^3 + 1}$;

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{-x}$.

Раздел 6

Контрольная работа №6

Вариант – 1.

1. Найти промежутки монотонности функции $y = e^x - x$.
2. Исследовать на экстремум функцию $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 3$ на промежутке $[2; 3]$.
4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 4$.

Вариант – 2.

1. Найти промежутки монотонности функции $y = \frac{2x}{e^x}$.
2. Исследовать на экстремум функцию $y = -x^3 - 3x^2 + 24x - 4$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 1$ на промежутке $[-1; 2]$.
4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции $y = x^4 - 10x^3 + 36x^2 - 100$.

Вариант – 3.

1. Найти промежутки монотонности функции $y = 2xe^x$.
2. Исследовать на экстремум функцию $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 4$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = -x^3 - 3x^2 + 9x - 2$ на промежутке $[-2; 2]$.
4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции $y = x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 48x + 31$.

Вариант – 4.

1. Найти промежутки монотонности функции $y = e^{\frac{1}{x}} + 1$.
2. Исследовать на экстремум функцию $y = -x^3 + 6x^2 + 15x + 1$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 4$ на промежутке $[-4; 4]$.
4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции $y = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 10$.

Раздел 8

Контрольная работа №6

Признак Лейбница. Промежуток сходимости. Ряд Маклорена.

Вариант – 1.

- Используя признак Лейбница, исследуйте сходимость знакочередующегося ряда:
 - $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{2n}$;
 - $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n^4}$.
- Найдите промежуток сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \times 2^n}$.
- Разложите в ряд Маклорена функцию $f(x) = \ln(1 + 5x)$.

Вариант – 2.

- Используя признак Лейбница, исследуйте сходимость знакочередующегося ряда:
 - $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n}{4n-1}$;
 - $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{n \cdot 3^n}$.
- Найдите промежуток сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}$.
- Разложите в ряд Маклорена функцию $f(x) = \cos \frac{x}{3}$.

Вариант – 3.

- Используя признак Лейбница, исследуйте сходимость знакочередующегося ряда:
 - $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n}{6n-1}$;
 - $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{(n+1) \cdot 2^n}$.
- Найдите промежуток сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^n} \cdot x^n$.
- Разложите в ряд Маклорена функцию $f(x) = e^{4x}$.

Вариант – 4.

- Используя признак Лейбница, исследуйте сходимость знакочередующегося ряда:
 - $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{3n+1}$;
 - $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{(4n-1)^2}$.
- Найдите промежуток сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1) \times 3^n}$.
- Разложите в ряд Маклорена функцию $f(x) \sin 5x$.

Раздел 9

Контрольная работа №7

Функции нескольких переменных

Задачи №№ 1-5. Найти частные производные первого порядка:

Вариант 1

1 $u = x^4 + y^4 - 4x^2y^2$

2 $u = 2x^2y + 3xy^2$

3 $u = x \sin(x + y)$

4 $u = e^{\frac{\cos \sqrt{x}}{y^2}}$

5 $u = \frac{3x^3 + 2y}{y^4 + x^2}$

Вариант 2

1 $u = x^6 y^2$

2 $u = \frac{x^2 + y}{y^3 + x}$

3 $u = x^{-y}$

4 $u = 2e^{\frac{\sin \frac{5y}{x^2}}{x^2}}$

5 $u = \ln \sin \frac{x}{y}$

Задачи №№ 6-10. Найти все частные производные 2-го порядка (в том числе и смешанные):

Вариант 1

6 $u = x^3 + y^2 + 5xy$

7 $u = \frac{x^2}{y^3}$

8 $u = x^3 y^4 - \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y}$

9 $u = \sin\left[\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right]$

10 $u = x^y$

Вариант 2

6 $u = e^{xy} \ln \frac{x}{y}$

7 $u = 4x^3 y^2 - 2x^4 y^2$

8 $u = -2x^{34} + 4y^2 - 24x^5 y^2$

9 $u = -9x^3 y^2 + 13xy^4$

10 $u = x^{2y}$

Раздел 10**Контрольная работа №8**

Решите дифференциальные уравнения.

Вариант – 1.

1. $\frac{dy}{dx} = \frac{dx}{x-1}$;
2. $y' = x$, если $y = 0$ при $x = 2$;
3. $(1 + x^3)dy = 3x^2 y dx$.

Вариант – 2.

2. $e^x dx = 2y dy$;
3. $2y dx = (1 + x) dy$, если $y(1) = 4$;
4. $(1 + x^2)dy - 2xy dx = 0$.

Раздел 11**Контрольная работа №9****Вариант – 1.**

1. Вычислите: $i^{43} + i^{48} + i^{44} + i^{45}$.
2. Выполните действия: а) $(5 - 4i) \cdot (3 + 2i)$; б) $(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2})^3$.
3. Решите уравнение $x^2 + 4x + 53 = 0$.
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел z_1 и z_2 , если $z_1 = 1 + i$ и $z_2 = -2 + 2i\sqrt{3}$.

Вариант – 2.

1. Вычислите: $i^6 + i^{20} + i^{30} + i^{51}$.
2. Выполните действия: а) $2i(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}) \cdot (-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$; б) $\frac{1-i}{1+i}$.
3. Решите уравнение $x^2 - 6x + 13 = 0$.
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел z_1 и z_2 , если $z_1 = 5$ и $z_2 = \sqrt{3} - i$.

Вариант – 3.

1. Вычислите: $i^{15} + i^{24} - i^{49} - i^{37} \cdot i^{51}$.
2. Выполните действия: а) $(3 + i) + (-3 - 8i)$; б) $\frac{(2-3i)^2}{-i+5}$.
3. Решите уравнение $x^2 + 25 = 0$.
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел z_1 и z_2 , если $z_1 = \sqrt{3} + i$ и $z_2 = 5$.

Вариант – 4.

1. Вычислите: $(i^{13} + i^{17}) \cdot 2i - (i^4 + i^{24}) \cdot 6$.
2. Выполните действия: а) $(3 - 5i) \cdot (2 - 3i)$; б) $\frac{1-3i}{i-2} + \frac{4i+1}{3i-1}$.
3. Решите уравнение $36z^2 + 36z + 13 = 0$.
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел z_1 и z_2 , если $z_1 = -3 + 3i$ и $z_2 = 2\sqrt{2} - 2i\sqrt{6}$.

Вариант – 5.

1. Вычислите: $i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot i^4$.
2. Выполните действия: а) $(0,2 + 0,1i) + (0,8 - 1,1i)$; б) $\frac{1}{1+i}$.
3. Решите уравнение $x^2 - 2x + 5 = 0$.
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел z_1 и z_2 , если $z_1 = 1 - i$ и $z_2 = 3i$.

Вариант – 6.

1. Вычислите: $i^1 + i^{11} + i^{21} + i^{31} + i^{41}$.
2. Выполните действия: а) $(\frac{1}{2} - i\frac{1}{4}) - (\frac{3}{5} + i\frac{2}{3}) + (\frac{3}{4} - i\frac{5}{6})$; б) $\frac{1+i}{1-i}$.
3. Решите уравнение $x^2 + 3x + 4 = 0$.
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел z_1 и z_2 , если $z_1 = 6i$ и $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$.

Вариант – 7.

1. Вычислите: $i^1 + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$.
2. Выполните действия: а) $(1 - i) - (7 - 3i) - (2 + i) + (6 - 2i)$; б) $\frac{3-2i}{1+3i}$.
3. Решите уравнение $x^2 - 10x + 34 = 0$.
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел z_1 и z_2 , если $z_1 = 2 - 2i\sqrt{3}$ и $z_2 = 6i$.

Вариант – 8.

1. Вычислите: $\frac{1}{i^{13}} + \frac{1}{i^{23}} + \frac{1}{i^{33}}$.
2. Выполните действия: а) $(5 + 3i) \cdot (5 - 2i)$; б) $\frac{-1+i\sqrt{3}}{-\sqrt{2+i\sqrt{6}}}$.
3. Решите уравнение $4x^2 - 20x + 26 = 0$.
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел z_1 и z_2 , если $z_1 = -3\sqrt{3} + 3i$ и $z_2 = -2 - 2i$.

3.2.3 Типовые задания для промежуточной аттестации

Раздел 7

Контрольно-срезовая работа

Вариант – 1.

1. Найдите неопределенный интеграл:
 - а) методом непосредственного интегрирования:
 - 1) $\int (2 - 3x^4) dx$; 2) $\int (\frac{1}{x} - \sqrt[4]{x}) dx$.
 - б) методом подстановки:
 - 1) $\int (x^3 + 1) \cdot x^2 dx$; 2) $\int 5^{x+7} dx$.
 - в) методом интегрирования по частям:
 - 1) $\int (4x - 1)e^x dx$; 2) $\int (3 - x)\cos x dx$.

Вариант – 2.

1. Найдите неопределенный интеграл:
 - а) методом непосредственного интегрирования:
 - 1) $\int (4 + \frac{1}{x} - x) dx$; 2) $\int (7x - \sqrt[3]{x^5}) dx$.
 - б) методом подстановки:
 - 1) $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$; 2) $\int \frac{x}{\sqrt{7-x^2}} dx$.
 - в) методом интегрирования по частям:
 - 1) $\int 5xe^x dx$; 2) $\int (6x + 1)\cos x dx$.

Вариант – 3.

1. Найдите неопределенный интеграл:
 - а) методом непосредственного интегрирования:
 - 1) $\int (\frac{1}{x} - \frac{x^3}{4}) dx$; 2) $\int (5 - \sin x) dx$.

б) методом подстановки:

1) $\int \frac{\ln^{22}x}{x} dx$; 2) $\int 2^{x^2} x dx$.

в) методом интегрирования по частям:

1) $\int 2x \sin x dx$; 2) $\int 3x e^x dx$.

4. Вариант – 4.

1. Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

1) $\int (\sin x + \frac{\sqrt[3]{x}}{4} - x) dx$; 2) $\int (17x - 4 - \frac{x^3}{2}) dx$.

б) методом подстановки:

1) $\int x e^{-3x^2} dx$; 2) $\int \frac{1}{x \ln^4 x} dx$.

в) методом интегрирования по частям:

1) $\int (2 - x) e^x dx$; 2) $\int (6x - 11) \cos x dx$.

2. Выполните индивидуальное задание. Проведите полное исследование функции и постройте ее график.

Вариант 1: $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

Вариант 2: $y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$

Вариант 3: $y = \frac{x^3}{x^2 - 9}$

Вариант 4: $y = \frac{x^2}{x - 1}$

Вариант 5: $y = \frac{x^2}{x - 3}$

Вариант 6: $y = \frac{x^2}{x - 2}$

Раздел 12

ИТОГОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1 ВАРИАНТ.

1. Решить уравнения.

$$x^2 dy + y dx = 0, y(1) = e$$

$$y' + y + 7 = 0$$

2. Вычислить:

$$1 - i^5 + i^{10} - i^{15} + \dots + i^{50}$$

$$\frac{3 + 4i}{i} + \frac{4 - i}{3 + 2i}$$

3. Решить систему уравнений.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 8 \\ 4x + 5y + 6z = 19 \\ 7x + 8y = 1 \end{cases}$$

4. Найти производные указанных порядков для следующих функций:

$$y = \ln \cos x, y'' = ?$$

$$y = \sin^2 x, y'' = ?$$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^3 - 3x, y = x$$

2 ВАРИАНТ.

1. Решить уравнения.

$$y^2 y' + 2x - 1 = 0$$

$$y' = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}, y(0) = 1$$

2. Вычислить:

$$\frac{(2 + 3i)(5 - i)}{2 + i}$$

$$(2i - 1)^4 - (2i + 1)^4$$

3. Решить систему уравнений.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 6x + 5y + 4z = -2 \\ 9x + 8y + 7z = 3 \end{cases}$$

4. Найти производные указанных порядков для следующих функций:

$$y = 5^x, y'' = ?$$

$$y = \frac{1}{4x - 1}, y'' = ?$$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2 - 2x + 3, y = 3x - 1$$

3 ВАРИАНТ.

1. Решить уравнения.

$$y' 2^{x-y} + 3^{2x-y} = 0$$

$$y dx + \operatorname{ctg} x dy = 0, y\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -2$$

2. Вычислить:

$$(1 - 2i)^3 - \frac{4i}{4 - 3i}$$

$$i^3 + i^{13} + i^{23} + \dots + i^{53}$$

3. Решить систему уравнений.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + 6y + 4z = -6 \\ 3x + 10y + 8z = -8 \end{cases}$$

4. Найти производные указанных порядков для следующих функций:

$$y = \operatorname{tg} 3x, y'' = ?$$

$$y = -x \cdot \cos x, y'' = ?$$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2, y = 2x, y = x$$

4 ВАРИАНТ.

1. Решить уравнения.

$$(1 + y^2)dx - \sqrt{x}dy = 0$$

$$y' + y \cos x = \cos x, y(0) = 2$$

2. Вычислить:

$$i^2 + i^3 + i^4 + i^5$$

$$\frac{2 + 3i}{4 - 2i} + \frac{1 - 3i}{2i}$$

3. Решить систему уравнений.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = -8 \\ 2x + 3y + z = -3 \\ 2x + y + 3z = -1 \end{cases}$$

4. Найти производные указанных порядков для следующих функций:

$$y = \ln^2 x, y'' = ?$$

$$y = x \cdot \ln x, y''' = ?$$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 8x^3, xy = 8, y = 27$$

4. Контрольно-оценочные материалы для итоговой аттестации по дисциплине “Теории вероятностей и математическая статистика”

4.1. Приложение с перечнем вопросов по учебной дисциплине

Вопросы к экзамену

1. Определение матрицы. Действия над матрицами, их свойства.
2. Определители 2-го и 3-го порядков. Определители n-го порядка. Свойства определителей. Вычисление определителей.
3. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы.
4. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений.

5. Определитель системы n - линейных уравнений с n неизвестными. Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений.
6. Решение системы n линейных уравнений с n неизвестными методом Гаусса.
7. Определение вектора. Операции над векторами, их свойства.
8. Координаты вектора. Модуль вектора. Скалярное произведение векторов.
9. Прямые на плоскости: уравнение с угловым коэффициентом, уравнение прямой проходящей через две данные точки, параметрические уравнения, уравнение в канонической форме.
10. Кривые 2-го порядка.
11. Определение комплексного числа в алгебраической форме, действия над комплексными числами в алгебраической форме.
12. Геометрическое изображение комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексных чисел.
13. Тригонометрическая форма комплексного числа. Переход от алгебраической формы к тригонометрической и обратно.
14. Показательная форма комплексного числа. Переход от алгебраической формы к показательной и обратно.
15. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах.
16. Числовая последовательность и её предел. Предел функции на бесконечности и в точке. Основные теоремы о пределах.
17. Первый и второй замечательные пределы.
18. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Вычисление пределов функций и последовательностей.
19. Определение производной функции, её геометрический и физический смысл. Дифференцируемость функции. Дифференциал функции.
20. Правила и формулы дифференцирования. Производные сложных функций. Производные и дифференциалы высших порядков.
21. Раскрытие неопределенностей. Правила Лопиталья.
22. Исследование функций с помощью производной: интервалы монотонности и экстремумы функций.
23. Выпуклость графика функций. Точки перегиба. Асимптоты.
24. Определение неопределенного интеграла, его свойства. Таблица основных интегралов.
25. Метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной и метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
26. Интегрирование рациональных функций в неопределенном интеграле.
27. Интегрирование некоторых иррациональных функций в неопределенном интеграле.
28. Универсальная подстановка в неопределенном интеграле.
29. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона – Лейбница. Вычисление определенного интеграла.
30. Интегрирование заменой переменной и по частям в определенном интеграле.
31. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Понятие несобственных интегралов от неограниченных функций.
32. Приложения определенного интеграла в геометрии. Вычисление площадей фигур с помощью определенных интегралов.
33. Определение обыкновенных дифференциальных уравнений. Общее и частное решение. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные уравнения 1-го порядка.
34. Уравнения, приводящиеся к однородным дифференциальным уравнениям. Линейные однородные и неоднородные уравнения 1-го порядка.
35. Дифференциальные уравнения 2-го порядка.
36. Линейные однородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

37. Линейные неоднородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Дифференциальные уравнения, допускающие понижения степеней.
38. Определение числового ряда, сумма ряда, остаток ряда. Свойства рядов. Необходимый признак сходимости рядов.
39. Признаки сходимости рядов с положительными членами: признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши, интегральный признак сходимости.
40. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.
41. Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды.
42. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в ряд. Ряды Фурье.
43. Приближенные числа. Абсолютная и относительная погрешность. Приближенные вычисления.
44. Приближенное вычисление определенных интегралов.
45. Приближенное решение дифференциальных уравнений: метод Эйлера.

4.2. Экзамен

КИМЫ к экзаменам

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ:

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если приводятся полные сведения по вопросам билета, демонстрируются глубокие знания по вопросам билета, ответы на поставленные вопросы в билете излагаются логично, последовательно и не требуют дополнительных пояснений;
- **оценка «хорошо»:** приводятся основные сведения относительно вопросов билета, демонстрируются неполные знания по вопросам билета, ответы на заданные вопросы даются с незначительными ошибками или неточностями.
- **оценка «удовлетворительно»:** приводятся скудные сведения по вопросам билета, демонстрируются поверхностные знания вопросов в билете, имеются затруднения с ответами на вопросы;
- **оценка «неудовлетворительно»:** Приводятся скудные сведения по вопросам билета, студент не может разъяснить сути содержания того, что он представил в качестве ответа на вопросы билета, не даются ответы на вопросы преподавателя, материал излагается непоследовательно, сбивчиво.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

Вопрос №1

Определение комплексного числа в алгебраической форме, действия над комплексными числами в алгебраической форме.

Вопрос №2

Определение числового ряда, сумма ряда, остаток ряда. Свойства рядов. Необходимый признак сходимости рядов. Написать пять первых членов ряда по общему члену

$$a_n = \frac{2n}{3n-1}$$

Практическое задание

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' - 8y' + 16y = 0$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

Вопрос №1

Тригонометрическая форма комплексного числа. Переход от алгебраической формы к тригонометрической и обратно.

Вопрос №2

Первый и второй замечательные пределы. Вычислить: $\frac{\sin 2x}{x}$.

Практическое задание

Найти производную функции $y = \ln 3x$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

Вопрос №1

Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера. Переход от алгебраической формы к показательной и обратно.

Вопрос №2

Прямая на плоскости: уравнение с угловым коэффициентом.

Вычислить углы наклона к оси OX для прямых: 1) $y = x$; 2) $y = -x$.

Практическое задание

Найти: $f'(x)$, если $f(x) = 2\ln x - 3x$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

Вопрос №1

Определение производной функции, её физический и геометрический смысл.

Вопрос №2

Действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме.

Вычислить:
 $(4 + 5j) + (3 - 7j)$.

Практическое задание

Найти скалярное произведение векторов $\overline{AB} \cdot \overline{CD}$, если $\overline{AB} \{3; -1; 4\}$, $\overline{CD} \{-1; 2; 1\}$

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

Вопрос №1

Дифференцирование сложных функций.

Вопрос №2

Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом.

Решить уравнение: $x^2 - 6x + 13 = 0$.

Практическое задание

Составить уравнение окружности с центром в точке (5;-7) и проходящей через точку (2;-3).

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

Вопрос №1

Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных интегралов.

Вопрос №2

Переход от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической и обратно.

Представить в тригонометрической форме: $z = 1 + j\sqrt{3}$.

Практическое задание

Найдите первые четыре члена ряда по его заданному общему члену: $u_n = \frac{1}{(3n-1)(2n+1)}$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

Вопрос №1

Определенный интеграл, его геометрический смысл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница.

Вопрос №2

Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме.

Найти: $z_1 \cdot z_2$, если $z_1 = 2(\cos 60^\circ + j \sin 60^\circ)$, $z_2 = 3(\cos 30^\circ + j \sin 30^\circ)$.

Практическое задание

Запишите координаты вектора \vec{a} , заданного своим разложением по единичным векторам

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8

Вопрос №1

Определение обыкновенных дифференциальных уравнений. Общее и частное решение. Уравнения с разделенными переменными. Задача Коши.

Вопрос №2

Действия над комплексными числами, заданными в показательной форме. Представить в показательной форме комплексное число

$$z = 2\left(\cos \frac{\pi}{4} + j \sin \frac{\pi}{4}\right)$$

Практическое задание

Найти произведение матрицы на число: $(-2) \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

Вопрос №1

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Понятие о дифференциальном уравнении 1-го порядка и множестве его решений.

Вопрос №2

Определение матрицы. Действия над матрицами, их свойства. Найти произведение матриц

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Практическое задание

Вычислить:
 $(2 - 3j) \cdot (5 + j)$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10

Вопрос №1

Линейные неоднородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Дифференциальные уравнения, допускающие понижения степеней.

Вопрос №2

Определители 2-го и 3-го порядков. Определители n -го порядка. Свойства определителей. Вычисление определителей. Вычислить определитель 2-го порядка: $\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$.

Практическое задание

Найти: $(5 - 3j) \cdot 2j$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 11

Вопрос №1

Понятие о дифференциальном уравнении 2-го порядка и множестве его решений.
Задача Коши.

Вопрос №2

Извлечение корней из комплексных чисел в тригонометрической и показательной формах.

Найти: $\sqrt{3}j$ в показательной форме.

Практическое задание

Найти матрицу $C = A + B$, если $A = \begin{pmatrix} 7 & 5 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 12

Вопрос №1

Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Вопрос №2

Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы. Найти все алгебраические дополнения для матрицы A

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -5 & 4 & 2 \\ -2 & -3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Практическое задание

Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -1$

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 13

Вопрос №1

Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений.

Вопрос №2

Определение вектора. Операции над векторами, их свойства. Найти сумму векторов, заданных своими координатами: $\vec{a} = \{-2; 3; 1\}$ и $\vec{b} = \{1; -1; 2\}$.

Практическое задание

Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + x - 2)$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 14

Вопрос №1

Необходимое условие сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.

Вопрос №2

Координаты вектора. Модуль вектора. Скалярное произведение векторов. Найти модуль вектора $\vec{b} = \{2; -1; 3\}$.

Практическое задание

Найти значение выражения: $(2 - 3j) + (5 + 6j) + (-3 - 4j)$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 15

Вопрос №1

Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.

Вопрос №2

Правило перехода от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической.

Записать в тригонометрической форме комплексное число

$$z = 1 + j.$$

Практическое задание

Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{4; -2; -1\}$ и $\vec{b} = \{5; 3; -1\}$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 16

Вопрос №1

Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды.

Вопрос №2

Понятие модуля и аргумента комплексного числа.

Найти модуль и аргумент комплексного числа

$$z = -2 + 2j\sqrt{3}$$

Практическое задание

Составить уравнение гиперболы, если ее вершины находятся в точках $A_1(-3; 0)$ и $A_2(3; 0)$, а фокусы – в точках $F_1(-5; 0)$ и $F_2(5; 0)$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 17

Вопрос №1

Приближенные числа. Абсолютная и относительная погрешность. Приближенные вычисления.

Вопрос №2

Правила и формулы дифференцирования. Дифференцируемость функции. Дифференциал функции. Найти производную произведения: $f(x) = 3x^2 \cdot (x - 4)$.

Практическое задание

Найти все алгебраические дополнения матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 18

Вопрос №1

Решение системы n линейных уравнений с n неизвестными методом Гаусса.

Вопрос №2

Исследование функций с помощью производной: интервалы монотонности и экстремумы функций. Исследовать функцию на монотонность: $f(x) = x^2 - x + 4$.

Практическое задание

Найти общее решение дифференциального уравнения 2-го порядка: $y'' - 6y' + 9y = 0$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 19

Вопрос №1

Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена. Тригонометрический ряд Фурье.

Вопрос №2

Степени мнимой единицы.

Вычислить: $\frac{1}{j^{-3}} + \frac{1}{j^{-5}}$.

Практическое задание

Найти общее решение дифференциального уравнения 2-го порядка: $y'' - 8y' + 15y = 0$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 20

Вопрос №1

Геометрическое изображение комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексных чисел.

Вопрос №2

Интегрирование заменой переменной и по частям в определенном интеграле.

Вычислить определенный интеграл: $\int_1^2 (2x + 1)^3 dx$

Практическое задание

Вычислить определитель 3-го порядка $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 0 \end{vmatrix}$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 21

Вопрос №1

Кривые 2-го порядка.

Вопрос №2

Решение простейших дифференциальных уравнений 2-го порядка.

Решите уравнение: $y'' = 3x$.

Практическое задание

Вычислить: $(1 - j)^8$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 22

Вопрос №1

Однородные и неоднородные системы линейных уравнений.

Вопрос №2

Вычисление определенного интеграла с помощью формулы Ньютона – Лейбница.

Вычислить определенный интеграл

$$\int_{-1}^1 (2x + 1) dx.$$

Практическое задание

Вычислить длину вектора $\vec{a} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 23

Вопрос №1

Раскрытие неопределенностей. Правила Лопиталья.

Вопрос №2

Прямые на плоскости: уравнение прямой проходящей через две данные точки.

Составить уравнение прямой, проходящей через точки $A(2; -3)$ и $B(-1; 4)$.

Практическое задание

Граница абсолютной погрешности приближенного значения 386 числа x равна 0,5. Укажите границы, в которых заключено число x .

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 24

Вопрос №1

Метод непосредственного интегрирования в неопределенном интеграле.

Вопрос №2

Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

Возвести в степень с помощью формулы Муавра: $\left[2\left(\cos \frac{\pi}{8} + j \sin \frac{\pi}{8}\right)\right]^8$.

Практическое задание

Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{x^3 + 4x^2 + 2x}$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 25

Вопрос №1

Числовая последовательность и её предел. Предел функции на бесконечности и в точке.

Вопрос №2

Приложения определенного интеграла в геометрии. Вычисление площадей фигур с помощью определенных интегралов. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + 4$ и $y = 0$.

Практическое задание

Вычислите: $j + j^2 + j^3 + j^4 + j^5$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 26

Вопрос №1

Приближенное вычисление определенных интегралов.

Вопрос №2

Выпуклость графика функций. Точки перегиба. Асимптоты.

Определить точки перегиба кривой $f(x) = x^3 - x$.

Практическое задание

Вычислить определитель 2-го порядка: $\begin{vmatrix} 7 & -2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 27

Вопрос №1

Метод замены переменной и метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.

Вопрос №2

Непрерывность функции в точке и на промежутке. Вычисление пределов функций и последовательностей. Раскрытие неопределенности $\left[\frac{0}{0}\right]$.

Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 + x}{x}$.

Практическое задание

Отрезок AB задан координатами своих концов $A(4; 2; -3)$ и $B(6; -4; -1)$. Найдите координаты точки C , делящий этот отрезок пополам.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 28

Вопрос №1

Производные сложных функций. Производные и дифференциалы высших порядков

Вопрос №2

Прямые на плоскости: параметрические уравнения, уравнение в канонической форме. Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку $M(2; 3)$.

Практическое задание

Составить миноры матрицы $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 29

Вопрос №1

Универсальная подстановка в неопределенном интеграле.

Вопрос №2

Решение системы n линейных уравнений с n неизвестными методом Гаусса.

Решить систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} x - 3y + 3z = 6, \\ 2x + 3y - 4z = 20, \\ 3x - 2y - 5z = 6. \end{cases}$$

Практическое задание

Составить уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках $A_1(-6; 0)$ и $A_2(6; 0)$, а фокусы – в точках $F_1(-4; 0)$ и $F_2(4; 0)$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 30

Вопрос №1

Интегрирование рациональных функций в неопределенном интеграле.

Вопрос №2

Действия над комплексными числами в показательной форме.

Представить число $z = 1 + j$ в показательной форме и вычислить z^6 .

Практическое задание

Решить систему уравнений методом Крамера $\begin{cases} 3x + 4y = 18, \\ 2x + 5y = 19. \end{cases}$

Лист согласования

Дополнения и изменения к комплекту КОС на учебный год

Дополнения и изменения к комплекту КОС на _____ учебный год по дисциплине _____

В комплект КОС внесены следующие изменения:

Дополнения и изменения в комплекте КОС обсуждены на заседании ПЦК

« _____ » _____ 20 _____ г. (протокол № _____).

Председатель ПЦК _____ / _____ /

